

北斗卫星导航系统 空间信号接口控制文件

公开服务信号 B2a (1.0 版)



中国卫星导航系统管理办公室

二〇一七年十二月

目 录

1	声明	1
2	文件范畴	1
3	北斗系统概述	1
3.1	空间星座	1
3.2	坐标系统	2
3.3	时间系统	3
4	信号特性	3
4.1	信号结构	3
4.2	信号调制	3
4.2.1	调制方式	3
4.2.2	B2a 信号	4
4.3	逻辑电平	5
4.4	极化方式	5
4.5	载波相位噪声	6
4.6	杂散	6
4.7	相关损耗	6
4.8	数据/码一致性	6
4.9	信号一致性	6
4.10	地面接收功率电平	6
5	测距码特性	7
5.1	测距码结构	7
5.2	B2a 信号测距码	8

5.2.1	B2a 信号主码.....	8
5.2.2	B2a 信号子码.....	13
5.3	非标准码	15
6	导航电文结构	16
6.1	导航电文概述	16
6.1.1	导航电文类型.....	16
6.1.2	校验码	16
6.2	B-CNAV2 导航电文	17
6.2.1	基本描述	17
6.2.2	编码方案和编码参数.....	17
6.2.3	编排格式	19
7	导航电文参数和算法	23
7.1	测距码编号	23
7.2	信息类型	24
7.3	系统时间参数	24
7.4	电文数据版本号	25
7.4.1	星历参数版本号 (IODE)	25
7.4.2	钟差参数版本号 (IODC)	25
7.4.3	IODE 与 IODC 使用约束.....	26
7.5	钟差参数	27
7.5.1	参数说明	27
7.5.2	用户算法	27
7.6	群延迟修正参数	28
7.6.1	参数说明	28

7.6.2	用户算法	29
7.7	星历参数	30
7.7.1	参数说明	30
7.7.2	用户算法	31
7.8	电离层延迟改正模型参数	33
7.8.1	参数说明	33
7.8.2	单频用户算法	34
7.8.3	双频用户算法	40
7.9	中等精度历书	41
7.9.1	参数说明	41
7.9.2	用户算法	43
7.10	简约历书	44
7.10.1	参数说明	44
7.10.2	用户算法	45
7.11	地球定向参数	45
7.11.1	参数说明	45
7.11.2	用户算法	46
7.12	BDT-UTC 时间同步参数	47
7.12.1	参数说明	47
7.12.2	用户算法	47
7.13	BDT-GNSS 时间同步参数	48
7.13.1	参数说明	48
7.13.2	用户算法	49
7.14	卫星健康状态	50

7.15 卫星完好性状态标识	50
7.16 空间信号精度指数	51
7.17 空间信号监测精度指数	52
8 缩略语	53
附录 多进制 LDPC 编译码方法及示例	55

1 声明

中国卫星导航系统管理办公室负责北斗卫星导航系统空间信号接口控制文件（以下简称 ICD）的编制、修订、发布和维护等工作，并保留本文件的最终解释权。

2 文件范畴

北斗卫星导航系统简称北斗系统，英文缩写为 BDS。北斗系统分为北斗一号、北斗二号和北斗三号三个建设发展阶段。

本文件定义了北斗卫星导航系统空间星座和用户终端之间公开服务信号 B2a 的相关内容。B2a 信号只在北斗三号中圆地球轨道（MEO）卫星和倾斜地球同步轨道（IGSO）卫星上播发，提供公开服务，地球静止轨道（GEO）卫星不播发 B2a 信号。

3 北斗系统概述

3.1 空间星座

北斗三号基本空间星座由 3 颗 GEO 卫星、3 颗 IGSO 卫星和 24 颗 MEO 卫星组成，并视情部署在轨备份卫星。GEO 卫星轨道高度 35786 千米，分别定点于东经 80 度、110.5 度和 140 度；IGSO 卫星轨道高度 35786 千米，轨道倾角 55 度；MEO 卫星轨道高度 21528 千米，轨道倾角 55 度。

3.2 坐标系统

北斗系统采用北斗坐标系（BeiDou Coordinate System，简称 BDCS）。北斗坐标系的定义符合国际地球自转服务组织（IERS）规范，与 2000 中国大地坐标系（CGCS2000）定义一致（具有完全相同的参考椭球参数），具体定义如下：

（1）原点、轴向及尺度定义

原点位于地球质心；

Z 轴指向 IERS 定义的参考极（IRP）方向；

X 轴为 IERS 定义的参考子午面（IRM）与通过原点且同 Z 轴正交的赤道面的交线；

Y 轴与 Z、X 轴构成右手直角坐标系；

长度单位是国际单位制（SI）米。

（2）参考椭球定义

BDCS 参考椭球的几何中心与地球质心重合，参考椭球的旋转轴与 Z 轴重合。BDCS 参考椭球定义的基本常数见表 3-1。

表 3-1 BDCS 参考椭球的基本常数

序号	参 数	定 义
1	长半轴	$a=6378137.0 \text{ m}$
2	地心引力常数（包含大气层）	$\mu=3.986004418 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$
3	扁率	$f=1/298.257222101$
4	地球自转角速度	$\dot{\Omega}_e=7.2921150 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$

3.3 时间系统

北斗系统的时间基准为北斗时(BDT)。BDT采用国际单位制(SI)秒为基本单位连续累计,不闰秒,起始历元为2006年1月1日协调世界时(UTC)00时00分00秒。BDT通过UTC(NTSC)与国际UTC建立联系,BDT与国际UTC的偏差保持在50纳秒以内(模1秒)。BDT与UTC之间的闰秒信息在导航电文中播报。

4 信号特性

本章所描述的信号特性,是针对以载波频率1176.45 MHz为中心的20.46 MHz带宽内的B2a信号。

4.1 信号结构

B2a信号的载波频率、调制方式及符号速率见表4-1。

表 4-1 B2a 信号结构

信号	信号分量	载波频率 (MHz)	调制方式	符号速率(sps)
B2a	数据分量 B2a_data	1176.45	BPSK (10)	200
	导频分量 B2a_pilot		BPSK (10)	0

4.2 信号调制

4.2.1 调制方式

本节采用功率归一化的复包络形式来描述信号调制方式。

假设一个调制信号的复包络表达式为:

$$s_x(t) = s_{x1}(t) + js_{x2}(t) \quad (4-1)$$

其中, j 是虚数单位; $s_{x1}(t)$ 是复包络的实部, 代表信号的同相分量;

$s_{x2}(t)$ 是复包络的虚部，代表信号的正交分量。 $s_x(t)$ 是基带信号形式，描述了调制信号在载波调制之前所真正包含的信号结构与信息内容。

该调制信号也可以表示为带通信号形式：

$$S_x(t) = \sqrt{2P_x} [s_{x1}(t)\cos(2\pi f_x t) - s_{x2}(t)\sin(2\pi f_x t)] \quad (4-2)$$

其中， f_x 为信号载波频率， P_x 为信号功率。 $S_x(t)$ 完整地表达了一个经载波调制后的带通信号。

因此，基带信号 $s_x(t)$ 和带通信号 $S_x(t)$ 是同一个信号的两种表达方式，二者可以相互转换。

4.2.2 B2a 信号

B2a 信号的复包络可以表示为

$$s_{B2a}(t) = s_{B2a_data}(t) + js_{B2a_pilot}(t) \quad (4-3)$$

其中，数据分量 $s_{B2a_data}(t)$ 由导航电文数据 $D_{B2a_data}(t)$ 和测距码 $C_{B2a_data}(t)$ 调制产生；导频分量 $s_{B2a_pilot}(t)$ 仅包括测距码 $C_{B2a_pilot}(t)$ ；数据分量与导频分量的功率比为 1:1，二者均采用 BPSK(10)调制方式。两分量的数学表达式如下：

$$s_{B2a_data}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} D_{B2a_data}(t) \cdot C_{B2a_data}(t) \quad (4-4)$$

$$s_{B2a_pilot}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} C_{B2a_pilot}(t) \quad (4-5)$$

式中， $D_{B2a_data}(t)$ 的数学定义式如下：

$$D_{B2a_data}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{B2a_data}[k] p_{T_{B2a_data}}(t - kT_{B2a_data}) \quad (4-6)$$

其中， d_{B2a_data} 为 B2a 信号的导航电文数据码， T_{B2a_data} 为相应的数据码

片宽度。

$C_{B2a_data}(t)$ 和 $C_{B2a_pilot}(t)$ 测距码的数学表达式如下：

$$C_{B2a_data}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N_{B2a_data}-1} c_{B2a_data}[k] p_{T_{c_B2a}}(t - (N_{B2a_data}n + k)T_{c_B2a}) \quad (4-7)$$

$$C_{B2a_pilot}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N_{B2a_pilot}-1} c_{B2a_pilot}[k] p_{T_{c_B2a}}(t - (N_{B2a_pilot}n + k)T_{c_B2a}) \quad (4-8)$$

其中， c_{B2a_data} 和 c_{B2a_pilot} 分别为数据分量和导频分量的测距码序列（取值为 ± 1 ）， N_{B2a_data} 和 N_{B2a_pilot} 为对应分量的测距码码长，其值均为 10230； $T_{c_B2a} = 1/R_{c_B2a}$ 为 B2a 信号的测距码码片宽度， $R_{c_B2a} = 10.23 \text{ Mbps}$ 为 B2a 信号的测距码速率。

表 4-2 给出了 B2a 信号的分量组成，以及各分量的调制方式、相位关系和功率比。

表 4-2 B2a 信号调制特性

分量	调制方式	相位关系	功率比
$s_{B2a_data}(t)$	BPSK(10)	0	1/2
$s_{B2a_pilot}(t)$	BPSK(10)	90	1/2

4.3 逻辑电平

用于调制信号的逻辑电平与信号电平之间的对应关系见表 4-3。

表 4-3 逻辑电平与信号电平之间的映射关系

逻辑电平	信号电平
1	-1.0
0	+1.0

4.4 极化方式

卫星发射信号为右旋圆极化（RHCP）。

4.5 载波相位噪声

未调制载波的相位噪声谱密度应满足单边噪声带宽为 10Hz 的三阶锁相环的载波跟踪精度达到 0.1 弧度 (RMS)。

4.6 杂散

卫星发射的杂散信号不超过 -50dBc。

4.7 相关损耗

由星上载荷失真导致的相关损耗不超过 0.6dB。

4.8 数据/码一致性

每个数据符号的边沿与码片的边沿对齐, 周期性的测距码第一个码片的起始时刻与数据符号位起始时刻对齐。每个子码的边沿与主码的边沿对齐, 主码第一码片起始时刻与子码码片起始时刻对齐。

4.9 信号一致性

任意信号分量间伪码相位互差不超过 10 纳秒。

4.10 地面接收功率电平

当卫星仰角大于 5 度, 在地球表面附近的接收机右旋圆极化天线为 0dBi 增益 (或线性极化天线为 3 dBi 增益) 时, 卫星发射的导航信号到达接收机天线输出端的最小功率电平见表 4-4。

表 4-4 地面接收的最小功率电平

信号	卫星类型	最小接收功率 (dBW) *
B2a	MEO 卫星	-156
	IGSO 卫星	-158

*对于包含数据分量和导频分量的信号, 最小接收功率为数据和导频的合路功率, 数据、导频之间的功率分配由调制方式定义, 分量间的有效功率比偏差小于 0.5dB。

卫星播发的 B2a 信号具有以下特性：波束轴向相对于地球边缘滚降不超过 2dB。

5 测距码特性

5.1 测距码结构

B2a 信号测距码采用分层码结构，由主码和子码相异或构成。子码的码片宽度与主码的周期相同，子码码片起始时刻与主码第一个码片的起始时刻严格对齐，时序关系如图 5-1 所示。

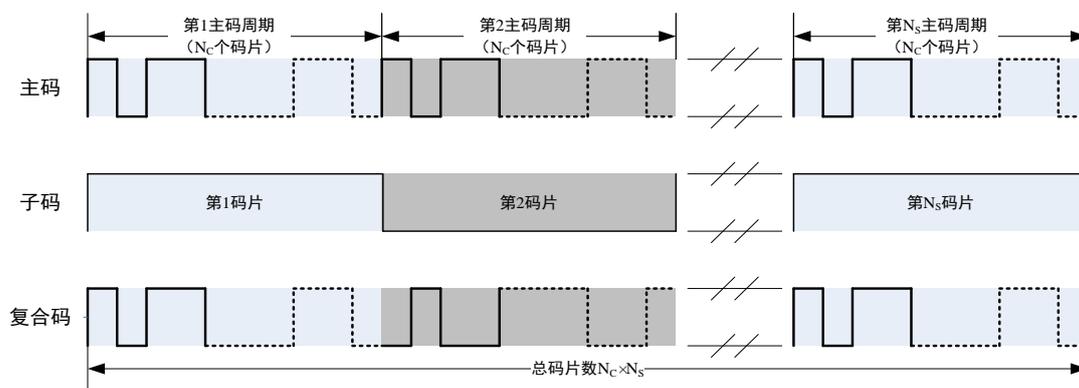


图 5-1 主码、子码时序关系示意图

B2a 信号测距码参数见表 5-1。

表 5-1 B2a 信号测距码参数

信号分量	主码码型	主码码长	主码周期 (ms)	子码码型	子码码长	子码周期 (ms)
B2a 数据分量	Gold	10230	1	固定码	5	5
B2a 导频分量	Gold	10230	1	Weil 码截短	100	100

对于 MEO 和 IGSO 卫星，每颗卫星对应唯一的测距码编号 (PRN 号)，同一颗卫星播发的 B1C 和 B2a 信号采用相同的 PRN 号。

5.2 B2a 信号测距码

5.2.1 B2a 信号主码

B2a 信号主码的码速率为 10.23Mcps，码长为 10230，由两个 13 级线性反馈移位寄存器通过移位及模二和生成的 Gold 码扩展得到。生成多项式如下所示。

B2a 数据分量主码：

$$\begin{aligned} g_1(x) &= 1 + x + x^5 + x^{11} + x^{13} \\ g_2(x) &= 1 + x^3 + x^5 + x^9 + x^{11} + x^{12} + x^{13} \end{aligned} \quad (5-1)$$

B2a 导频分量主码：

$$\begin{aligned} g_1(x) &= 1 + x^3 + x^6 + x^7 + x^{13} \\ g_2(x) &= 1 + x + x^5 + x^7 + x^8 + x^{12} + x^{13} \end{aligned} \quad (5-2)$$

具体实现如图 5-2、图 5-3 所示。

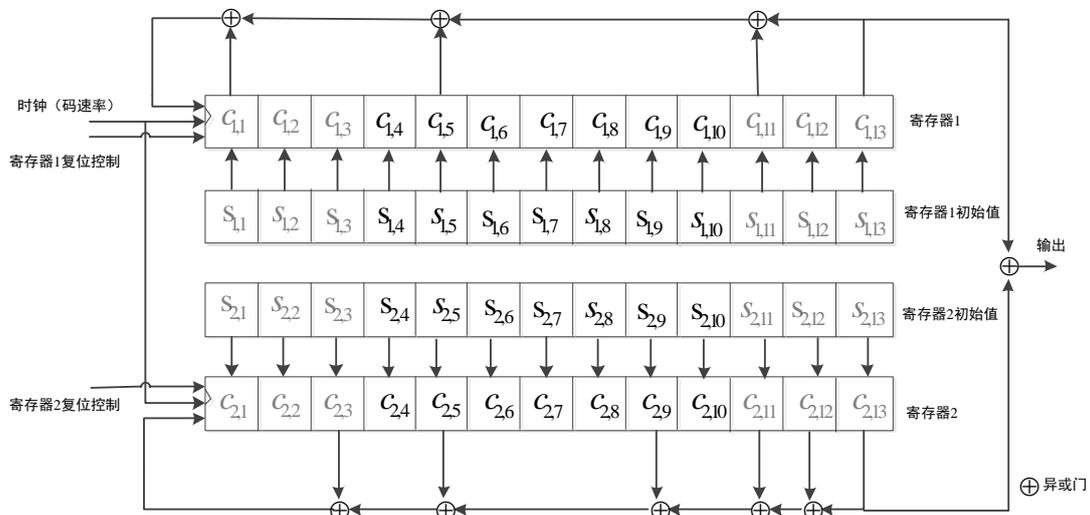


图 5-2 B2a 数据分量的主码发生器

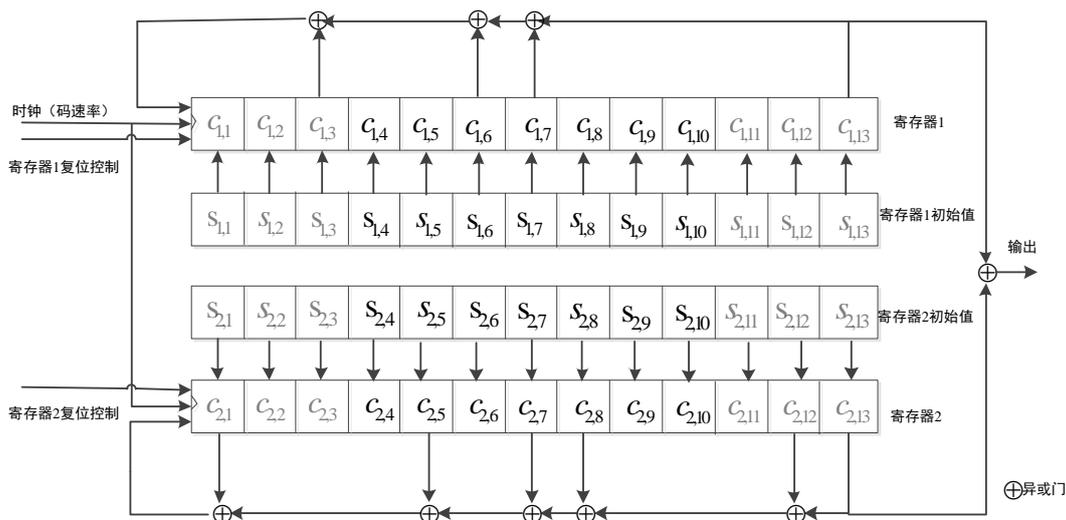


图 5-3 B2a 导频分量的主码发生器

在同一卫星上，B2a 信号两个分量的主码生成多项式不同，但采用相同的初始状态：寄存器 1 的初始值均为全 1，寄存器 2 的初始值在表 5-2、表 5-3 中给出，排列方式为 $[s_{2,1}, s_{2,2}, s_{2,3}, \dots, s_{2,13}]$ 。在主码周期起始时刻，寄存器 1 和寄存器 2 同步复位；主码周期中，第 8190 码片的结束时刻，寄存器 1 需复位。重复以上过程，得到长度为 10230 的测距码。

B2a 信号测距码共有 126 个，数据码和导频码各 63 个。具体参数见表 5-2、表 5-3。表中，头 24 个码片和末尾 24 个码片用八进制表示，高位(MSB)先传。

表 5-2 B2a 数据分量的主码参数

PRN 号	寄存器 2 初始值 (二进制)	头 24 个码片 (八进制)	末尾 24 个码片 (八进制)
1	1000000100101	26771056	42646672
2	1000000110100	64771737	43261240
3	1000010101101	22570544	22122147
4	1000101001111	03270060	37130044
5	1000101010101	25270173	62604441
6	1000110101110	42473731	32223757
7	1000111101110	42073211	75444074
8	1000111111011	10070275	72155517

PRN 号	寄存器 2 初始值 (二进制)	头 24 个码片 (八进制)	末尾 24 个码片 (八进制)
9	1001100101001	32630236	23340625
10	1001111011010	51032336	70730557
11	1010000110101	24751346	12470110
12	1010001000100	67350347	43367447
13	1010001010101	25350426	42740075
14	1010001011011	11351730	26275034
15	1010001011100	61353105	77007136
16	1010010100011	16553042	21516371
17	1010011110111	04152767	57170016
18	1010100000001	37653046	73363551
19	1010100111110	40653671	01726764
20	1010110101011	12450445	65504556
21	1010110110001	34450556	30230153
22	1011001010011	15311110	06600771
23	1011001100010	56310431	10770505
24	1011010011000	71511012	76447734
25	1011010110110	44511144	05425133
26	1011011110010	54112361	44374741
27	1011011111111	00112147	77505753
28	1011100010010	55611514	30732736
29	1011100111100	60611442	43750131
30	1011110100001	36413134	24525367
31	1011111001000	73011377	41152341
32	1011111010100	65011630	73304761
33	1011111101011	12011007	01741554
34	1011111110011	14012245	35421025
35	1100001010001	35360637	50337664
36	1100010010100	65561423	44445660
37	1100010110111	04561753	04256075
38	1100100010001	35662052	50515704
39	1100100011001	31663710	53542760
40	1100110101011	12463151	71045216
41	1100110110001	34463042	24771613
42	1100111010010	55063612	23705725
43	1101001010101	25322050	75623014
44	1101001110100	64321071	54464775
45	1101011001011	13121416	45712211
46	1101101010111	05223044	53232723
47	1110000110100	64742223	57720500
48	1110010000011	17543106	45401000
49	1110010001011	13542644	46456064

PRN 号	寄存器 2 初始值 (二进制)	头 24 个码片 (八进制)	末尾 24 个码片 (八进制)
50	1110010100011	16542346	52156646
51	1110010101000	72542534	06245671
52	1110100111011	10643011	42540225
53	1110110010111	05440046	33645207
54	1111001001000	73302166	16264764
55	1111010010100	65502351	00166336
56	1111010011001	31502177	33717324
57	1111011011010	51103567	23234454
58	1111011111000	70101476	55337366
59	1111011111111	00103243	04145264
60	1111110110101	24403035	66364214
61	0010000000010	57754771	16642116
62	1101111110101	24021305	46402740
63	0001111010010	55037136	06147764

表 5-3 B2a 导频分量的主码参数

PRN 号	寄存器 2 初始值 (二进制)	头 24 个码片 (八进制)	末尾 24 个码片 (八进制)
1	1000000100101	26772435	05133452
2	1000000110100	64771100	32506731
3	1000010101101	22573033	46030461
4	1000101001111	03272567	46247217
5	1000101010101	25270312	25242712
6	1000110101110	42471450	30604612
7	1000111101110	42073477	46162133
8	1000111111011	10071171	01037517
9	1001100101001	32631672	70661477
10	1001111011010	51030525	11057614
11	1010000110101	24752054	60410454
12	1010001000100	67350376	57214270
13	1010001010101	25353643	60621113
14	1010001011011	11350203	05270220
15	1010001011100	61350565	55150062
16	1010010100011	16550214	30076625
17	1010011110111	04153006	40344732
18	1010100000001	37653767	46567772
19	1010100111110	40650022	62054544
20	1010110101011	12453537	12272230
21	1010110110001	34451342	71277735
22	1011001010011	15311341	56036234
23	1011001100010	56311044	17154331

PRN 号	寄存器 2 初始值 (二进制)	头 24 个码片 (八进制)	末尾 24 个码片 (八进制)
24	1011010011000	71513035	43013023
25	1011010110110	44513245	50115176
26	10110111110010	54110251	56313110
27	1011011111111	00112144	13102726
28	1011100010010	55613763	37225071
29	1011100111100	60613513	24323124
30	1011110100001	36410413	20375533
31	1011111001000	73012122	15635105
32	1011111010100	65013702	67011450
33	1011111101011	12010047	43522666
34	1011111110011	14010654	41666474
35	1100001010001	35362324	06151354
36	1100010010100	65563410	76525270
37	1100010110111	04561575	20632513
38	1100100010001	35663035	26643303
39	1100100011001	31663420	52433060
40	1100110101011	12463063	04062730
41	1100110110001	34461616	67067235
42	1100111010010	55061754	47416277
43	1101001010101	25322640	51407764
44	1101001110100	64322743	66451710
45	1101011001011	13120015	75211676
46	1101101010111	05223510	66732705
47	1110000110100	64741454	24716231
48	1110010000011	17543717	43326034
49	1110010001011	13543302	37156357
50	1110010100011	16540127	35671252
51	1110010101000	72541267	61241434
52	1110100111011	10642411	56632466
53	1110110010111	05441614	13706174
54	1111001001000	73300134	71335154
55	1111010010100	65502720	42104070
56	1111010011001	31500435	07315646
57	1111011011010	51103347	51233462
58	1111011111000	70102511	46425113
59	1111011111111	00102277	16705351
60	1111110110101	24401515	23126772
61	1010010000110	47551324	77540116
62	0010111111000	70057625	31062540
63	0001101010101	25236023	01076040

5.2.2 B2a 信号子码

对于不同的卫星，B2a 数据分量的子码相同，B2a 导频分量的子码不同。

(1) B2a 数据分量子码

B2a 数据分量的子码码长为 5，采用固定的 5 位码序列作为子码，子码序列为 00010，高位(MSB)先传。

(2) B2a 导频分量子码

B2a 信号导频分量子码由 Weil 码通过截断产生，其生成方式描述如下：

一个码长为 N 的 Weil 码序列可定义为

$$W(k; w) = L(k) \oplus L((k+w) \bmod N), k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (5-3)$$

式中， $L(k)$ 是码长为 N 的 legendre 序列； w 表示两个 legendre 序列之间的相位差。码长为 N 的 legendre 序列 $L(k)$ 可根据下式定义产生：

$$L(k) = \begin{cases} 0, & k = 0 \\ 1, & k \neq 0, \text{ 且存在整数 } x, \text{ 使得 } k = x^2 \bmod N \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (5-4)$$

其中， \bmod 表示模除运算。

通过对上述码长为 N 的 Weil 码序列进行循环截取，可得到码长为 N_0 的测距码，即截断序列为：

$$c(n; w; p) = W((n+p-1) \bmod N; w), n = 0, 1, 2, \dots, N_0-1 \quad (5-5)$$

式中， p 为截取点，表示从 Weil 码的第 p 位开始截取，取值范围为 $1 \sim N$ 。

B2a 导频分量的子码码长为 100，由长度为 1021 的 Weil 码通过截断得到， w 取值范围是 1 到 510。

B2a 导频分量子码的具体参数见表 5-4。表中，头 24 个码片和末尾 24 个码片用八进制表示，高位(MSB)先传。

表 5-4 B2a 导频分量的子码参数

PRN 号	相位差(w)	截取点(p)	头 24 个码片 (八进制)	末尾 24 个码片 (八进制)
1	123	138	32063050	65322167
2	55	570	51032554	16507723
3	40	351	26031355	03244075
4	139	77	00016672	51467525
5	31	885	43414712	46604555
6	175	247	03313653	56202042
7	350	413	41103653	71007450
8	450	180	42370454	34256747
9	478	3	06231051	40430077
10	8	26	37047570	06442617
11	73	17	36242432	16314440
12	97	172	62600563	05321123
13	213	30	77411542	56573352
14	407	1008	41654772	55730776
15	476	646	63255352	01324146
16	4	158	16034451	17500531
17	15	170	56753432	66634453
18	47	99	62660722	37240150
19	163	53	11300714	32673101
20	280	179	46564670	76643076
21	322	925	51453710	41236437
22	353	114	75520773	47126073
23	375	10	55105576	24605443
24	510	584	31050323	07347067
25	332	60	76030274	41470462
26	7	3	61576715	07552423
27	13	684	21353627	15306360
28	16	263	11326621	43507041
29	18	545	77304426	12537651
30	25	22	26565352	32362347
31	50	546	34135261	14550406
32	81	190	30407566	60014143

PRN 号	相位差(w)	截取点(p)	头 24 个码片 (八进制)	末尾 24 个码片 (八进制)
33	118	303	52113374	61116102
34	127	234	54145235	20702236
35	132	38	63100104	23455231
36	134	822	35317452	17352571
37	164	57	10714032	07417741
38	177	668	43602423	47415564
39	208	697	13700511	36550046
40	249	93	67442654	41615230
41	276	18	42621301	70270411
42	349	66	25413532	73527103
43	439	318	73475715	20344205
44	477	133	60600610	33470052
45	498	98	22362271	73213175
46	88	70	73341370	21175624
47	155	132	76412463	71174640
48	330	26	10475522	77336306
49	3	354	31662361	52645772
50	21	58	72164341	10166636
51	84	41	03600703	62442252
52	111	182	12734207	47205776
53	128	944	66744236	67053707
54	153	205	66354613	12103375
55	197	23	42710457	01304276
56	199	1	72744364	62223707
57	214	792	76720625	03111453
58	256	641	46643276	34250037
59	265	83	53525215	71514224
60	291	7	42453402	36620001
61	324	111	26604754	70502406
62	326	96	35027021	07344636
63	340	92	12073317	30264212

5.3 非标准码

卫星可通过切换至非标准码，防止用户接收和使用异常信号。用户不使用非标准码，这里不对其进行具体说明。

6 导航电文结构

6.1 导航电文概述

6.1.1 导航电文类型

B2a 信号采用 B-CNAV2 电文格式。

6.1.2 校验码

B-CNAV2 导航电文采用了循环冗余校验 (CRC)，具体实现方式为 CRC-24Q，其生成多项式为：

$$g(x) = \sum_{i=0}^{24} g_i x^i \quad (6-1)$$

其中， $g_i = \begin{cases} 1, & i = 0, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 14, 17, 18, 23, 24 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 。

$g(x)$ 可表示为：

$$g(x) = (1+x)p(x) \quad (6-2)$$

式中， $p(x) = x^{23} + x^{17} + x^{13} + x^{12} + x^{11} + x^9 + x^8 + x^7 + x^5 + x^3 + 1$ 。

长度为 k 的信息序列 m_i ($i = 1 \sim k$) 可以表示为以下多项式：

$$m(x) = m_k + m_{k-1}x + m_{k-2}x^2 + \cdots + m_1x^{k-1} \quad (6-3)$$

多项式 $m(x)x^{24}$ 除以生成多项式 $g(x)$ ，得到余式如下：

$$R(x) = p_{24} + p_{23}x + p_{22}x^2 + \cdots + p_1x^{23} \quad (6-4)$$

式中， $p_1 p_2 \dots p_{24}$ 依次输出构成 CRC 校验序列。

实现过程中，寄存器初始值设为全 0。

6.2 B-CNAV2 导航电文

6.2.1 基本描述

B-CNAV2 导航电文在 B2a 信号中播发，电文数据调制在 B2a 数据分量上。每帧电文长度为 600 符号位，符号速率为 200sps，播发周期为 3 秒。基本的帧结构定义如图 6-1 所示。

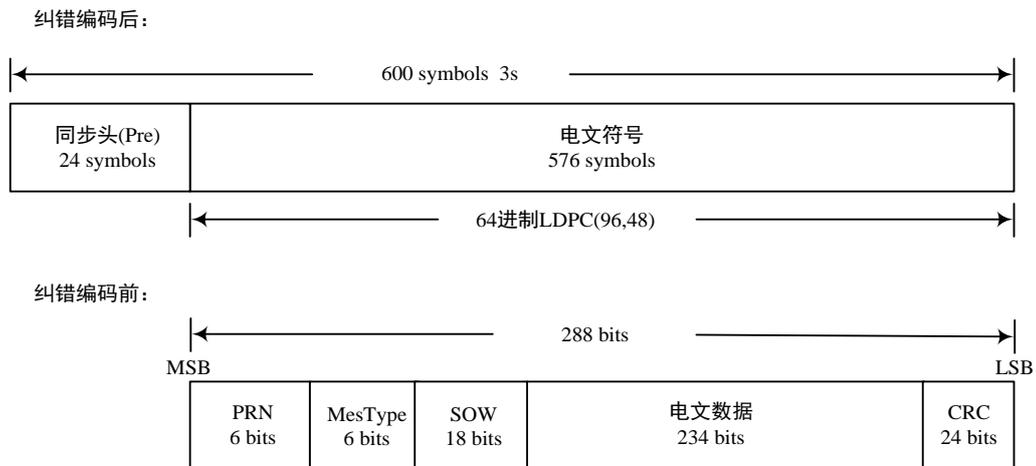


图 6-1 B-CNAV2 帧结构

每帧电文的前 24 符号位为帧同步头 (Pre)，其值为 0xE24DE8，即 111000100100110111101000，采用高位先发。

每帧电文在纠错编码前的长度为 288 比特，包括 PRN 号 (6 比特)、信息类型 (6 比特)、周内秒计数 (18 比特)、电文数据 (234 比特)、循环冗余校验位 (24 比特)。PRN 号、信息类型、周内秒计数、电文数据均参与循环冗余校验计算。采用 64 进制 LDPC(96,48) 编码后，长度为 576 符号位。

6.2.2 编码方案和编码参数

B-CNAV2 导航电文采用 64 进制 LDPC(96,48) 编码，其每个码字

符号同样由 6 比特构成，定义于本原多项式为 $p(x)=1+x+x^6$ 的有限域 $GF(2^6)$ 。多进制符号与二进制比特的映射采用向量表示法，且高位在前。信息长度 $k=48$ 码字符号，即 288 比特。其校验矩阵是一个 48×96 稀疏矩阵 $H_{48,96}$ ，定义于本原多项式为 $p(x)=1+x+x^6$ 的有限域 $GF(2^6)$ ，前 48×48 部分对应信息符号，后 48×48 部分对应校验符号，其非零元素的位置定义如下：

$$H_{48,96,index}=[$$

19	46	49	76	5	29	53	71	17	30	64	72	22	36	59	82
22	41	68	94	20	44	54	75	9	41	61	86	6	47	60	89
8	40	60	87	15	26	66	81	19	24	67	95	2	26	50	72
5	38	70	89	16	34	64	92	21	45	55	74	0	24	48	78
23	37	58	83	15	43	56	91	18	47	48	77	14	42	57	90
6	30	54	76	14	27	67	80	17	35	65	93	7	46	61	88
1	25	49	79	12	45	69	79	18	25	66	94	23	40	69	95
8	36	51	84	3	38	56	86	0	29	62	85	2	39	57	87
11	33	59	81	20	43	74	93	13	32	63	91	11	35	52	83
16	31	65	73	4	28	52	70	1	28	63	84	12	33	62	90
21	42	75	92	7	31	55	77	9	37	50	85	10	34	53	82
4	39	71	88	13	44	68	78	3	27	51	73	10	32	58	80

$$]$$

其中的每个元素为有限域 $GF(2^6)$ 的多进制符号，其元素按向量表示法表示，如下矩阵所示：

$$H_{48,96,element}=[$$

1	45	15	6	1	44	53	24	45	15	6	1	30	24	1	44
18	15	32	61	3	55	9	34	35	31	50	44	45	15	6	1
24	1	44	53	30	24	1	44	32	42	47	37	6	1	45	15
44	53	24	1	39	36	34	33	44	53	24	1	44	53	24	1
45	15	6	1	6	1	45	15	24	1	44	53	9	41	57	58
32	61	18	40	1	45	15	6	22	14	2	50	24	1	44	30
30	24	1	44	15	46	45	44	45	15	6	1	1	44	30	24
24	1	44	53	15	6	1	45	53	24	1	44	7	38	23	54
1	45	15	6	44	53	24	1	57	25	9	41	35	13	51	60
33	45	36	34	6	1	45	15	6	1	45	15	6	1	45	15
44	35	31	50	26	27	37	5	24	1	44	30	33	42	14	5
24	1	44	30	24	1	44	30	1	44	53	24	1	44	30	24

$$]$$

以上矩阵自上而下按栏读取，一栏读完后自左向右换下一栏继续读取。一栏中，每行的 4 个数字对应矩阵中一行 4 个非零元素。 $H_{48,96}$ 的读取规则如图 6-2 所示。

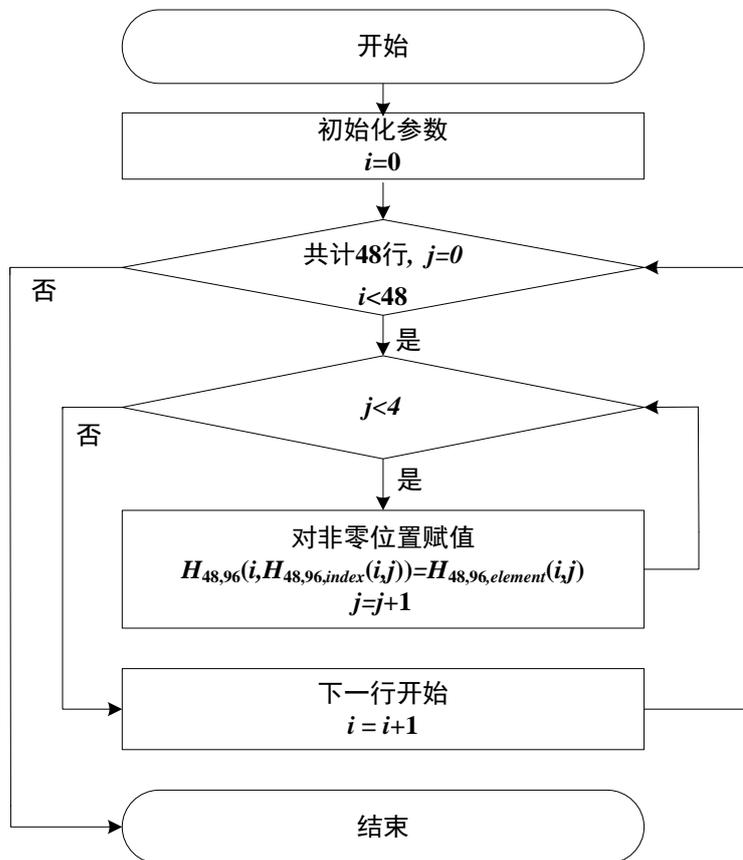


图 6-2 $H_{48,96}$ 读取流程图

编译码方法及示例见附录。

6.2.3 编排格式

B-CNAV2 导航电文最多可定义 63 种信息类型，当前定义了 8 个有效信息类型，分别为信息类型 10、11、30、31、32、33、34、40，其编排格式如图 6-3~图 6-10 所示。

B-CNAV2 信息类型的播发顺序可动态调整，但信息类型 10 和信息类型 11 保持前后接续播发。用户接收机每次接收到 B-CNAV2 导航电文时，均应识别其信息类型 (MesType)。

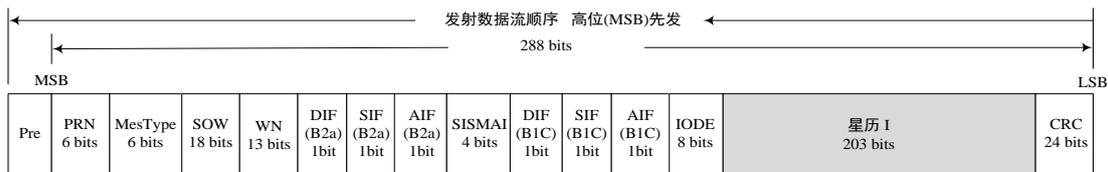


图 6-3 B-CNAV2 信息类型 10 编排格式

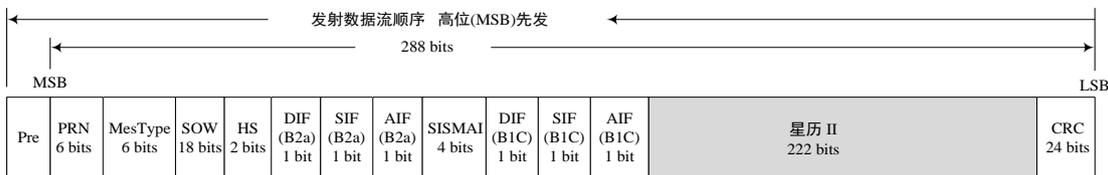


图 6-4 B-CNAV2 信息类型 11 编排格式

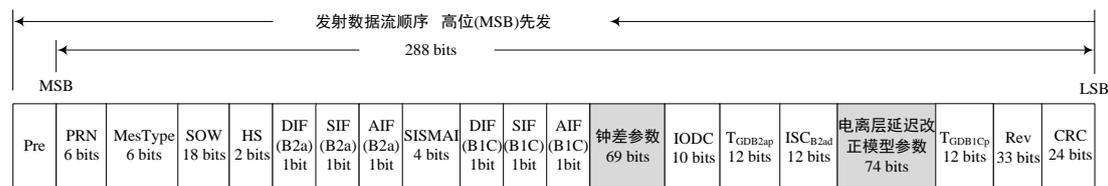


图 6-5 B-CNAV2 信息类型 30 编排格式

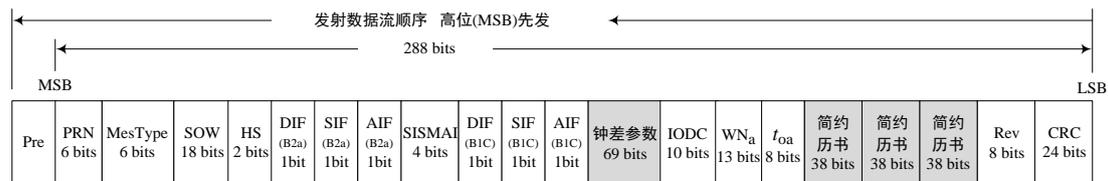


图 6-6 B-CNAV2 信息类型 31 编排格式

(注: 信息类型 31 播发 3 颗卫星的简约历书, WN_a 和 t_{oa} 为简约历书对应的参考时间)

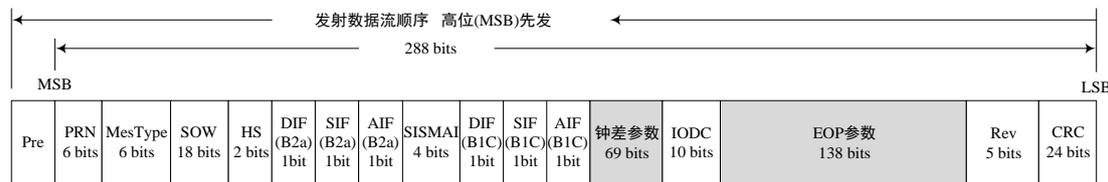


图 6-7 B-CNAV2 信息类型 32 编排格式

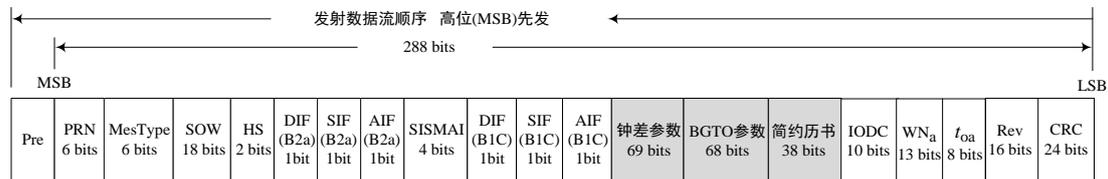


图 6-8 B-CNAV2 信息类型 33 编排格式

(注: 信息类型 33 播发 1 颗卫星的简约历书, WN_a 和 t_{oa} 为该简约历书对应的参考时间)

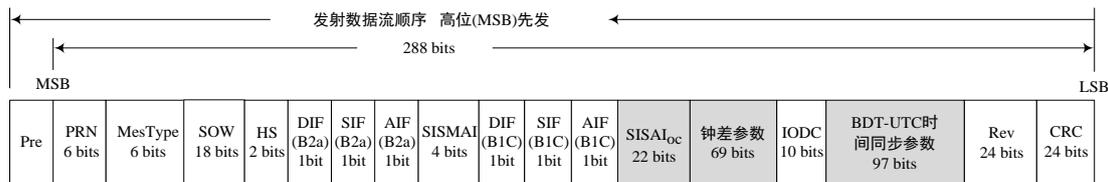


图 6-9 B-CNAV2 信息类型 34 编排格式

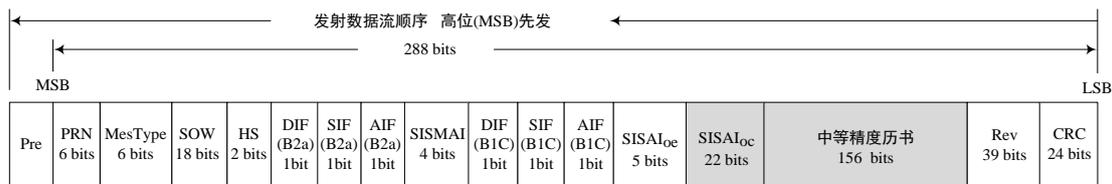


图 6-10 B-CNAV2 信息类型 40 编排格式

其中，“星历 I”、“星历 II”、“钟差参数”、“SISAI_{oc}”、“电离层延迟改正模型参数”、“BDT-UTC 时间同步参数”、“简约历书”、“EOP 参数”、“BGTO 参数”、“中等精度历书”均为一组参数构成的数据块，且“星历 I”与“星历 II”构成一组完整的星历参数。各数据块的详细编排格式如图 6-11~图 6-20 所示。

MSB									LSB
t_{oc}	SatType	ΔA	\dot{A}	Δn_0	$\Delta \dot{n}_0$	M_0	e	ω	
11 bits	2 bits	26 bits	25 bits	17 bits	23 bits	33 bits	33 bits	33 bits	

图 6-11 星历 I (共 203 比特)

MSB										LSB
Ω_0	i_0	$\dot{\Omega}$	\dot{i}_0	C_{is}	C_{ic}	C_{rs}	C_{rc}	C_{us}	C_{uc}	
33 bits	33 bits	19 bits	15 bits	16 bits	16 bits	24 bits	24 bits	21 bits	21 bits	

图 6-12 星历 II (共 222 比特)

MSB				LSB
t_{oc}	a_0	a_1	a_2	
11 bits	25 bits	22 bits	11 bits	

图 6-13 钟差参数 (共 69 比特)

MSB				LSB
t_{op}	SISAI _{ocb}	SISAI _{oc1}	SISAI _{oc2}	
11 bits	5 bits	3 bits	3 bits	

图 6-14 SISAI_{oc} (共 22 比特)

MSB								LSB
α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9
10 bits	8 bits	8 bits	8 bits	8 bits	8 bits	8 bits	8 bits	8 bits

图 6-15 电离层延迟改正模型参数 (共 74 比特)

MSB					LSB			
A_{0UTC}	A_{1UTC}	A_{2UTC}	Δt_{LS}	t_{ot}	WN_{ot}	WN_{LSF}	DN	Δt_{LSF}
16 bits	13 bits	7 bits	8 bits	16 bits	13 bits	13 bits	3 bits	8 bits

图 6-16 BDT-UTC 时间同步参数（共 97 比特）

MSB			LSB		
PRN_a	SatType	δ_A	Ω_0	Φ_0	Health
6 bits	2 bits	8 bits	7 bits	7 bits	8 bits

图 6-17 简约历书（共 38 比特）

MSB					LSB	
t_{EOP}	PM_X	\dot{PM}_X	PM_Y	\dot{PM}_Y	$\Delta UT1$	$\dot{\Delta UT1}$
16 bits	21 bits	15 bits	21 bits	15 bits	31 bits	19 bits

图 6-18 EOP 参数（共 138 比特）

MSB			LSB		
GNSS ID	WN_{0BGTO}	t_{0BGTO}	A_{0BGTO}	A_{1BGTO}	A_{2BGTO}
3 bits	13 bits	16 bits	16 bits	13 bits	7 bits

图 6-19 BGTO 参数（共 68 比特）

MSB												LSB	
PRN_a	SatType	WN_a	t_{oa}	e	δ_i	\sqrt{A}	Ω_0	$\dot{\Omega}$	ω	M_0	a_{f0}	a_{f1}	Health
6 bits	2 bits	13 bits	8 bits	11 bits	11 bits	17 bits	16 bits	11 bits	16 bits	16 bits	11 bits	10 bits	8 bits

图 6-20 中等精度历书（共 156 比特）

B-CNAV2 导航电文中各参数说明可参见表 6-1 中标示的章节。

表 6-1 B-CNAV2 导航电文各参数说明

序号	电文参数	参数定义及描述
1	PRN	详见 7.1 节
2	MesType	详见 7.2 节
3	SOW	详见 7.3 节
4	IODE	详见 7.4.1 节
5	IODC	详见 7.4.2 节
6	钟差参数	详见 7.5 节
7	T_{GDB2ap}	详见 7.6 节

8	ISC_{B2ad}	详见 7.6 节
9	T_{GDB1Cp}	详见 7.6 节
10	星历参数 (星历 I、星历 II)	详见 7.7 节
11	电离层延迟改正模型参数	详见 7.8 节
12	中等精度历书	详见 7.9 节
13	WN_a	详见 7.10 节
14	t_{oa}	详见 7.10 节
15	简约历书	详见 7.10 节
16	EOP 参数	详见 7.11 节
17	BDT-UTC 时间同步参数	详见 7.12 节
18	BGTO 参数	详见 7.13 节
19	HS	详见 7.14 节
20	DIF	详见 7.15 节
21	SIF	详见 7.15 节
22	AIF	详见 7.15 节
23	$SISAI_{oc}$	详见 7.16 节
24	$SISAI_{oc}$	详见 7.16 节
25	SISMAI	详见 7.17 节
26	CRC	详见 6.1.2 节

7 导航电文参数和算法

7.1 测距码编号

导航电文中播发的测距码 PRN 号为 6 比特，无符号整型，有效范围为 1~63。

7.2 信息类型

信息类型 (MesType) 用于标识 B-CNAV2 每帧电文的类型, 共 6 比特, 无符号整型。其定义见表 7-1。

表 7-1 信息类型定义

MesType (二进制)	信息类型
000000	无效
001010	信息类型 10
001011	信息类型 11
011110	信息类型 30
011111	信息类型 31
100000	信息类型 32
100001	信息类型 33
100010	信息类型 34
101000	信息类型 40
其它	预留

7.3 系统时间参数

B-CNAV2 导航电文播发的系统时间参数包括周内秒计数(SOW)和整周计数(WN), 各参数定义及特性说明见表 7-2。

表 7-2 系统时间参数定义及说明

参数	定义	比特数	比例因子	有效范围	单位
SOW	周内秒计数	18	3	0~604797	s
WN	整周计数	13	1	0~8191	周

周内秒计数(SOW)在 B-CNAV2 所有信息类型中播发。SOW 对应的秒时刻表示本帧同步头第一个脉冲上升沿所对应的秒时刻。SOW 在北斗时每周日 00 时 00 分 00 秒从零开始计数, 在每周的结束时刻被重置为零。

整周计数 (WN) 为北斗时的整周计数, 在 B-CNAV2 信息类型 10 中播发, 共 13 比特。WN 以北斗时的起始历元 (2006 年 1 月 1 日 00 时 00 分 00 秒 UTC) 为起点, 从零开始计数。

7.4 电文数据版本号

7.4.1 星历参数版本号 (IODE)

星历参数版本号 (IODE) 共 8 比特, 其含义包括两方面:

(1) IODE 是一组星历参数的版本标识。当星历参数中任意一个参数更新时, IODE 也将更新。用户可通过 IODE 的变化来判断星历参数是否发生变化。

(2) IODE 数值反映本组星历数据龄期的范围。星历数据龄期是星历参数的外推时间间隔, 定义为本组星历参数参考时刻(t_{oe})与计算星历参数所作测量的最后观测时刻之差。IODE 数值与星历数据龄期的对应关系见表 7-3。

表 7-3 IODE 数值与星历数据龄期的对应关系

IODE 数值	星历数据龄期*
0~59	小于 12 小时
60~119	12 小时~24 小时
120~179	1 天~7 天
180~239	预留
240~255	超过 7 天

7.4.2 钟差参数版本号 (IODC)

钟差参数版本号 (IODC) 共 10 比特。其含义包括两方面:

(1) IODC 是一组钟差参数的版本标识。当钟差参数中任意一

个参数更新时，IODC 也将更新。用户可通过 IODC 的变化来判断钟差参数是否发生变化。

(2) IODC 数值反映本组钟差数据龄期的范围。钟差数据龄期是钟差参数的外推时间间隔，定义为本组钟差参数参考时刻(t_{oc})与计算钟差参数所作测量的最后观测时刻之差。钟差数据龄期的范围由 IODC 的高 2 比特和低 8 比特共同标识。其对应关系见表 7-4。

表 7-4 IODC 数值与钟差数据龄期的对应关系

IODC 高 2 比特	IODC 低 8 比特	钟差数据龄期*
0	0~59	小于 12 小时
	60~119	12 小时~24 小时
	120~179	1 天~7 天
	180~239	预留
	240~255	超过 7 天
1	0~59	小于 12 小时
	60~119	小于 12 小时
	120~179	小于 1 天
	180~239	预留
	240~255	不超过 7 天
2	0~59	超过 12 小时
	60~119	超过 24 小时
	120~179	超过 7 天
	180~239	预留
	240~255	超过 7 天
3	预留	预留

7.4.3 IODE 与 IODC 使用约束

对于一组匹配的星历参数和钟差参数而言，IODE 与 IODC 低 8 比特保持一致，二者的更新将同步进行。

当用户接收到的 IODE 与 IODC 低 8 比特相同时,表示本组星历、钟差参数匹配,用户可正常使用该组星历、钟差参数, IODE 可视为该组星历、钟差参数的版本标识。

在星历、钟差参数更新过程中,由于电文播发时延,用户收到的 IODE 与 IODC 低 8 比特可能不一致。此时用户应使用原有版本标识一致的星历、钟差参数,直到 IODE 与 IODC 低 8 比特更新一致后,使用新的星历、钟差参数。IODE、IODC 的值在 1 天内不重复(数据龄期大于 7 天的情况除外)。

7.5 钟差参数

7.5.1 参数说明

一组钟差参数包括 t_{oc} 、 a_0 、 a_1 、 a_2 ,由钟差参数版本号 IODC 标识,钟差参数定义及特性说明见表 7-5。

表 7-5 钟差参数定义及说明

序号	参数	定义	比特数	比例因子	有效范围**	单位
1	t_{oc}	钟差参数参考时刻	11	300	0~604500	s
2	a_0	卫星钟偏差系数	25*	2^{-34}	--	s
3	a_1	卫星钟漂移系数	22*	2^{-50}	--	s/s
4	a_2	卫星钟漂移率系数	11*	2^{-66}	--	s/s ²

*为 2 进制补码,最高有效位(MSB)是符号位(+或-)。
 **除非在“有效范围”栏中另有说明,否则参数的有效范围是所给定的位数与比例因子共同确定的最大范围。

7.5.2 用户算法

接收机用户可通过下式计算出信号发射时刻的 BDT 时间:

$$t = t_{sv} - \Delta t_{sv} \quad (7-1)$$

式中, t 为信号发射时刻的 BDT 时间, 单位为秒; t_{sv} 为信号发射时刻的卫星测距码相位时间, 单位为秒; Δt_{sv} 为卫星测距码相位时间偏移, 单位为秒, 由下式给出:

$$\Delta t_{sv} = a_0 + a_1(t - t_{oc}) + a_2(t - t_{oc})^2 + \Delta t_r \quad (7-2)$$

式中, t 可用 t_{sv} 替代; Δt_r 是相对论校正项, 单位为秒, 其值为:

$$\Delta t_r = F \cdot e \cdot \sqrt{A} \cdot \sin E_k \quad (7-3)$$

式中, e 为卫星轨道偏心率, 由本卫星星历参数得到;

\sqrt{A} 为卫星轨道长半轴的开方, 由本卫星星历参数计算得到;

E_k 为卫星轨道偏近点角, 由本卫星星历参数计算得到;

$F = -2\mu^{1/2}/C^2$;

$\mu = 3.986004418 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ 为地心引力常数;

$C = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$ 为光速。

7.6 群延迟修正参数

7.6.1 参数说明

星上设备群延迟是指卫星信号从星载频率源到卫星发射天线相位中心的传输时延。星上设备群延迟对码相位测量的影响可通过钟差参数 a_0 和群延迟修正参数共同补偿。导航电文播发的 a_0 包含了 B3I 信号的星上设备群延迟。

星上设备群延迟 (T_{GDB1Cp} 和 T_{GDB2ap}) 在 B-CNAV2 电文中播发, 以 B3I 信号为基准, 分别用于补偿 B1C 导频分量、B2a 导频分量的时延差。此外, 频内时延修正项 ISC_{B2ad} 在 B-CNAV2 电文中播发, 用于补

偿 B2a 数据分量与 B2a 导频分量间的时延差。

参数的定义及特性说明见表 7-6。

表 7-6 群延迟参数定义及说明

序号	参数	定义	比特数	比例因子	有效范围**	单位
1	T_{GDB1Cp}	B1C 导频分量时延差	12^*	2^{-34}	--	s
2	T_{GDB2ap}	B2a 导频分量时延差	12^*	2^{-34}	--	s
3	ISC_{B2ad}	B2a 数据分量相对于 B2a 导频分量的时延修正项	12^*	2^{-34}	--	s

*为 2 进制补码，最高有效位 (MSB) 是符号位 (+或-)。
 **除非在“有效范围”栏中另有说明，否则参数的有效范围是所给定的位数与比例因子共同确定的最大范围。

7.6.2 用户算法

(1) B2a 导频分量延迟修正

对于使用 B2a 导频分量进行测距的单频接收机用户，码相位需进一步修正如下：

$$(\Delta t_{SV})_{B2ap} = \Delta t_{SV} - T_{GDB2ap} \quad (7-4)$$

(2) B2a 数据分量延迟修正

对于使用 B2a 数据分量进行测距的单频接收机用户，码相位需进一步修正如下：

$$(\Delta t_{SV})_{B2ad} = \Delta t_{SV} - T_{GDB2ap} - ISC_{B2ad} \quad (7-5)$$

其中， Δt_{SV} 为通过钟差参数计算得到的卫星测距码相位时间偏移，具体计算方法见 7.5 节。

7.7 星历参数

7.7.1 参数说明

卫星的星历由 18 个准开普勒轨道参数和 1 个卫星轨道类型参数构成，由星历参数版本号 IODE 进行标识。

星历参数定义见表 7-7。

表 7-7 星历参数定义

序号	参数	定义
1	t_{oe}	星历参考时刻
2	SatType	卫星轨道类型
3	ΔA	参考时刻长半轴相对于参考值的偏差
4	\dot{A}	长半轴变化率
5	Δn_0	参考时刻卫星平均角速度与计算值之差
6	$\Delta \dot{n}_0$	参考时刻卫星平均角速度与计算值之差的变化率
7	M_0	参考时刻的平近点角
8	e	偏心率
9	ω	近地点幅角
10	Ω_0	周历元零时刻计算的升交点经度
11	i_0	参考时刻的轨道倾角
12	$\dot{\Omega}$	升交点赤经变化率
13	\dot{i}_0	轨道倾角变化率
14	C_{is}	轨道倾角的正弦调和改正项的振幅
15	C_{ic}	轨道倾角的余弦调和改正项的振幅
16	C_{rs}	轨道半径的正弦调和改正项的振幅
17	C_{rc}	轨道半径的余弦调和改正项的振幅
18	C_{us}	纬度幅角的正弦调和改正项的振幅
19	C_{uc}	纬度幅角的余弦调和改正项的振幅

星历参数的特性说明见表 7-8。

表 7-8 星历参数说明

序号	参数	比特数	比例因子	有效范围**	单位
1	t_{oe}	11	300	0~604500	s
2	SatType****	2	--	--	--
3	ΔA ***	26*	2^{-9}	--	m

4	\dot{A}	25*	2^{-21}	--	m/s
5	Δn_0	17*	2^{-44}	--	π/s
6	$\Delta \dot{n}_0$	23*	2^{-57}	--	π/s^2
7	M_0	33*	2^{-32}	--	π
8	e	33	2^{-34}	--	无量纲
9	ω	33*	2^{-32}	--	π
10	Ω_0	33*	2^{-32}	--	π
11	i_0	33*	2^{-32}	--	π
12	$\dot{\Omega}$	19*	2^{-44}	--	π/s
13	\dot{i}_0	15*	2^{-44}	--	π/s
14	C_{is}	16*	2^{-30}	--	rad
15	C_{ic}	16*	2^{-30}	--	rad
16	C_{rs}	24*	2^{-8}	--	m
17	C_{rc}	24*	2^{-8}	--	m
18	C_{us}	21*	2^{-30}	--	rad
19	C_{uc}	21*	2^{-30}	--	rad

*为2进制补码，最高有效位（MSB）是符号位（+或-）。
 **除非在“有效范围”栏中另有说明，否则参数的有效范围是所给定的位数与比例因子共同确定的最大范围。
 ***长半轴参考值 $A_{ref} = 27906100m$ (MEO)， $A_{ref} = 42162200m$ (IGSO/GEO)。
 ****SatType含义（2进制数）：01代表GEO卫星，10代表IGSO卫星，11代表MEO卫星，00为预留。

7.7.2 用户算法

用户接收机根据接收到的星历参数，可以计算相应卫星（实际是卫星天线相位中心）在北斗坐标系中的坐标，相应的算法如表 7-9。

表 7-9 星历用户算法

公 式	说 明
$\mu=3.986004418 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$	BDCS 坐标系下的地心引力常数
$\dot{\Omega}_e = 7.2921150 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$	BDCS 坐标系下的地球自转角速度
$\pi = 3.1415926535898$	圆周率

$t_k = t - t_{oe}^{**}$	计算与参考时刻的时间差
$A_0 = A_{ref} + \Delta A^*$	计算参考时刻的长半轴
$A_k = A_0 + (\dot{A})t_k$	计算长半轴
$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{A_0^3}}$	计算参考时刻的卫星平均角速度
$\Delta n_A = \Delta n_0 + 1/2 \Delta \dot{n}_0 t_k$	计算卫星平均角速度的偏差
$n_A = n_0 + \Delta n_A$	计算改正后的卫星平均角速度
$M_k = M_0 + n_A t_k$	计算平近点角
$M_k = E_k - e \sin E_k$	迭代计算偏近点角
$\begin{cases} \sin v_k = \frac{\sqrt{1-e^2} \sin E_k}{1-e \cos E_k} \\ \cos v_k = \frac{\cos E_k - e}{1-e \cos E_k} \end{cases}$	计算真近点角
$\phi_k = v_k + \omega$	计算纬度幅角
$\begin{cases} \delta u_k = C_{us} \sin(2\phi_k) + C_{uc} \cos(2\phi_k) \\ \delta r_k = C_{rs} \sin(2\phi_k) + C_{rc} \cos(2\phi_k) \\ \delta i_k = C_{is} \sin(2\phi_k) + C_{ic} \cos(2\phi_k) \end{cases}$	计算纬度幅角改正项 计算径向距离改正项 计算轨道倾角改正项
$u_k = \phi_k + \delta u_k$	计算改正后的纬度幅角
$r_k = A_k (1 - e \cos E_k) + \delta r_k$	计算改正后的径向距离
$i_k = i_0 + \dot{i}_0 \cdot t_k + \delta i_k$	计算改正后的轨道倾角
$\begin{cases} x_k = r_k \cos u_k \\ y_k = r_k \sin u_k \end{cases}$	计算卫星在轨道平面内的坐标
$\Omega_k = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e) t_k - \dot{\Omega}_e t_{oe}$	计算改正后的升交点经度

$\begin{cases} X_k = x_k \cos \Omega_k - y_k \cos i_k \sin \Omega_k \\ Y_k = x_k \sin \Omega_k + y_k \cos i_k \cos \Omega_k \\ Z_k = y_k \sin i_k \end{cases}$	计算 MEO/IGSO 卫星在 BDCS 坐标系中的坐标
<p>*表达式中，t 是信号发射时刻的 BDT 时间，即修正信号传播时延后的系统时间。t_k 是 t 和星历参考时刻 t_{oe} 之间的总时间差，并考虑了跨过一周开始或结束的时间，即：如果 $t_k > 302400$，就从 t_k 中减去 604800；如果 $t_k < -302400$ 时，就对 t_k 加上 604800。</p> <p>**长半轴参考值 $A_{ref} = 27906100\text{m}$ (MEO)，$A_{ref} = 42162200\text{m}$ (IGSO/GEO)。</p>	

7.8 电离层延迟改正模型参数

7.8.1 参数说明

北斗全球电离层延迟修正模型 (BDGIM) 包含 9 个参数，用于单频用户接收机修正信号传播过程中的电离层延迟效应，各参数特性说明见表 7-10。

对于使用 B1C 和 B2a 信号的双频用户，可采用双频无电离层组合伪距算法来修正电离层延迟效应。

表 7-10 电离层延迟改正模型参数说明

参数	比特数	比例因子	有效范围**	单位
α_1	10	2^{-3}	--	TECu
α_2	8*	2^{-3}	--	TECu
α_3	8	2^{-3}	--	TECu
α_4	8	2^{-3}	--	TECu
α_5	8	-2^{-3}	--	TECu
α_6	8*	2^{-3}	--	TECu
α_7	8*	2^{-3}	--	TECu
α_8	8*	2^{-3}	--	TECu

α_9	8^*	2^{-3}	--	TECu
<p>*为 2 进制补码，最高有效位 (MSB) 是符号位 (+或-)。 **除非在“有效范围”栏中另有说明，否则参数的有效范围是所给定的位数与比例因子共同确定的最大范围。</p>				

7.8.2 单频用户算法

北斗全球电离层延迟修正模型 (BDGIM) 以改进的球谐函数为基础，用户接收机根据 BDGIM 计算电离层延迟改正值的具体公式如下：

$$T_{ion} = M_F \cdot \frac{40.28 \times 10^{16}}{f^2} \cdot \left[A_0 + \sum_{i=1}^9 \alpha_i A_i \right] \quad (7-6)$$

式中， T_{ion} 为卫星与接收机视线方向电离层延迟改正值，单位为米； M_F 为投影函数，用于垂向和斜向电离层总电子含量 (TEC) 之间的转换，计算公式见式(7-17)； f 为当前信号对应的载波频率，单位为赫兹； $\alpha_i (i=1 \sim 9)$ 为电离层延迟改正模型参数 (见表 7-10)，单位为 TECu； $A_i (i=1 \sim 9)$ 为根据式(7-11)计算得到的数值； A_0 为根据式(7-14)计算得到的电离层延迟预报值，单位为 TECu。

用户接收机采用 BDGIM 计算卫星与接收机视线方向电离层延迟的具体步骤如下：

(1) 电离层穿刺点位置的计算

以 ψ 表示用户和电离层穿刺点之间的地心张角，单位为弧度，其计算公式为：

$$\psi = \frac{\pi}{2} - E - \arcsin \left(\frac{Re}{Re + H_{ion}} \cdot \cos E \right) \quad (7-7)$$

式中， E 表示卫星高度角，单位为弧度； H_{ion} 表示电离层薄层高度； Re

表示地球平均半径。

电离层穿刺点在地球表面投影的地理纬度 φ_g 和地理经度 λ_g 的计算公式为：

$$\begin{cases} \varphi_g = \arcsin(\sin \varphi_u \cdot \cos \psi + \cos \varphi_u \cdot \sin \psi \cdot \cos A) \\ \lambda_g = \lambda_u + \arctan\left(\frac{\sin \psi \cdot \sin A \cdot \cos \varphi_u}{\cos \psi - \sin \varphi_u \cdot \sin \varphi_g}\right) \end{cases} \quad (7-8)$$

式中， φ_u 表示用户地理纬度， λ_u 表示用户地理经度， A 表示卫星方位角，单位均为弧度。

地固坐标系下，电离层穿刺点在地球表面投影的地磁纬度 φ_m 和地磁经度 λ_m 的计算公式为：

$$\begin{cases} \varphi_m = \arcsin(\sin \varphi_M \cdot \sin \varphi_g + \cos \varphi_M \cdot \cos \varphi_g \cdot \cos(\lambda_g - \lambda_M)) \\ \lambda_m = \arctan\left(\frac{\cos \varphi_g \cdot \sin(\lambda_g - \lambda_M) \cdot \cos \varphi_M}{\sin \varphi_M \cdot \sin \varphi_m - \sin \varphi_g}\right) \end{cases} \quad (7-9)$$

式中， φ_M 为地磁北极的地理纬度， λ_M 为地磁北极的地理经度，单位均为弧度。

日固坐标系下，电离层穿刺点的地磁纬度 φ' 和地磁经度 λ' 的计算公式为：

$$\begin{cases} \varphi' = \varphi_m \\ \lambda' = \lambda_m - \arctan\left(\frac{\sin(S_{lon} - \lambda_M)}{\sin \varphi_M \cdot \cos(S_{lon} - \lambda_M)}\right) \end{cases} \quad (7-10)$$

式中， S_{lon} 为平太阳地理经度，单位为弧度； S_{lon} 的计算公式为 $S_{lon} = \pi \cdot (1 - 2 \cdot (t - \text{int}(t)))$ 。其中， t 表示计算时刻，以约化儒略日 (MJD) 表示，单位为天； $\text{int}(\cdot)$ 表示向下取整。

(2) $A_i (i=1 \sim 9)$ 的计算

A_i 的具体计算公式如下:

$$A_i = \begin{cases} \tilde{P}_{|n_i|,|m_i|}(\sin \varphi') \cdot \cos(m_i \cdot \lambda') & m_i \geq 0 \\ \tilde{P}_{|n_i|,|m_i|}(\sin \varphi') \cdot \sin(-m_i \cdot \lambda') & m_i < 0 \end{cases} \quad (7-11)$$

式中, n_i 和 m_i 对应的取值见表 7-11。

表 7-11 n_i 和 m_i 对应取值

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n_i/m_i	0/0	1/0	1/1	1/-1	2/0	2/1	2/-1	2/2	2/-2

φ' 与 λ' 根据式(7-10)计算得到; $\tilde{P}_{n,m}$ 表示 n 度 m 阶的归化勒让德函数, $\tilde{P}_{n,m} = N_{n,m} \cdot P_{n,m}$ ($\tilde{P}_{n,m}$ 计算时, n 、 m 均取绝对值); $N_{n,m}$ 为正则化函数, 其计算公式为:

$$\begin{cases} N_{n,m} = \sqrt{\frac{(n-m)!(2n+1) \cdot (2-\delta_{0,m})}{(n+m)!}} \\ \delta_{0,m} = \begin{cases} 1, & m=0 \\ 0, & m>0 \end{cases} \end{cases} \quad (7-12)$$

$P_{n,m}$ 为标准的勒让德函数, 其递推计算公式为:

$$\begin{cases} P_{n,n}(\sin \varphi') = (2n-1)!! \left(1 - (\sin \varphi')^2\right)^{n/2}, & n=m \\ P_{n,m}(\sin \varphi') = \sin \varphi' \cdot (2m+1) \cdot P_{m,m}(\sin \varphi'), & n=m+1 \\ P_{n,m}(\sin \varphi') = \frac{(2n-1) \cdot \sin \varphi' \cdot P_{n-1,m}(\sin \varphi') - (n+m-1) \cdot P_{n-2,m}(\sin \varphi')}{n-m}, & \text{其它} \end{cases} \quad (7-13)$$

其中, $(2n-1)!! = (2n-1) \cdot (2n-3) \cdots 1$, 且 $P_{0,0}(\sin \varphi') = 1$ 。

(3) 电离层延迟预报值 A_0 的计算

A_0 的具体计算公式为:

$$\begin{cases} A_0 = \sum_{j=1}^{17} \beta_j \cdot B_j, \\ B_j = \begin{cases} \tilde{P}_{|n_j|,|m_j|}(\sin \varphi') \cdot \cos(m_j \cdot \lambda') & m_j \geq 0 \\ \tilde{P}_{|n_j|,|m_j|}(\sin \varphi') \cdot \sin(-m_j \cdot \lambda') & m_j < 0 \end{cases} \end{cases} \quad (7-14)$$

式中, n_j 及 m_j 的具体取值参见表 7-11, $\tilde{P}_{|n_j|,|m_j|}(\sin \varphi')$ 的计算参照式(7-12)和式(7-13); $\beta_j (j=1 \sim 17)$ 由下式计算得到:

$$\begin{cases} \beta_j = a_{0,j} + \sum_{k=1}^{12} (a_{k,j} \cdot \cos(\omega_k \cdot t_p) + b_{k,j} \cdot \sin(\omega_k \cdot t_p)) \\ \omega_k = \frac{2\pi}{T_k} \end{cases} \quad (7-15)$$

其中, $a_{k,j}$ 与 $b_{k,j}$ 为表 7-12 中 BDGIM 模型的非发播系数, 单位为 TECu; T_k 为表 7-12 中各非发播系数对应的预报周期; t_p 对应当天约化儒略日的奇数整点时刻 (01:00:00, 03:00:00, 05:00:00, ..., 23:00:00), 单位为天, 用户计算时选取距离当前计算时刻最近的 t_p 使用。

(4) 穿刺点处垂直方向电离层延迟的计算

穿刺点处垂直方向电离层延迟 $VTEC$ (单位为 TECu) 的计算公式如下:

$$VTEC = A_0 + \sum_{i=1}^9 \alpha_i A_i \quad (7-16)$$

(5) 穿刺点电离层投影函数 M_F 的计算

电离层穿刺点处的投影函数 M_F 的计算公式如下:

$$M_F = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\text{Re}}{\text{Re} + H_{\text{ion}}} \cdot \cos(E) \right)^2}} \quad (7-17)$$

式中, Re 、 H_{ion} 及 E 参数含义同式(7-7)。

(6) 计算信号传播路径上的电离层延迟改正值

结合穿刺点处的垂向电离层延迟及投影函数,按式(7-6)即可计算得到信号传播路径上电离层延迟改正值。

上述计算中,相关参数取值建议如下:

电离层薄层高度: $H_{\text{ion}} = 400 \text{ km}$;

地球平均半径: $R_e = 6378 \text{ km}$;

地磁北极的地理经度: $\lambda_M = \frac{-72.58^\circ}{180^\circ} \cdot \pi \text{ rad}$;

地磁北极的地理纬度: $\varphi_M = \frac{80.27^\circ}{180^\circ} \cdot \pi \text{ rad}$ 。

表 7-12 BDGIM 模型的非发播系数及预报周期

参数 编号 k	编号 j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	周期
	n_j/m_j	3/0	3/1	3/-1	3/2	3/-2	3/3	3/-3	4/0	4/1	4/-1	4/2	4/-2	5/0	5/1	5/-1	5/2	5/-2	$T_k/\text{天}$
0	$a_{0,j}$	-0.61	-1.31	-2.00	-0.03	0.15	-0.48	-0.40	2.28	-0.16	-0.21	-0.10	-0.13	0.21	0.68	1.06	0	-0.12	-
1	$a_{k,j}$	-0.51	-0.43	0.34	-0.01	0.17	0.02	-0.06	0.30	0.44	-0.28	-0.31	-0.17	0.04	0.39	-0.12	0.12	0	1
	$b_{k,j}$	0.23	-0.20	-0.31	0.16	-0.03	0.02	0.04	0.18	0.34	0.45	0.19	-0.25	-0.12	0.18	0.40	-0.09	0.21	
2	$a_{k,j}$	-0.06	-0.05	0.06	0.17	0.15	0	0.11	-0.05	-0.16	0.02	0.11	0.04	0.12	0.07	0.02	-0.14	-0.14	0.5
	$b_{k,j}$	0.02	-0.08	-0.06	-0.11	0.15	-0.14	0.01	0.01	0.04	-0.14	-0.05	0.08	0.08	-0.01	0.01	0.11	-0.12	
3	$a_{k,j}$	0.01	-0.03	0.01	-0.01	0.05	-0.03	0.05	-0.03	-0.01	0	-0.08	-0.04	0	-0.02	-0.03	0	-0.03	0.33
	$b_{k,j}$	0	-0.02	-0.03	-0.05	-0.01	-0.07	-0.03	-0.01	0.02	-0.01	0.03	-0.10	0.01	0.05	-0.01	0.04	0.00	
4	$a_{k,j}$	-0.01	0	0.01	0	0.01	0	-0.01	-0.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14.6
	$b_{k,j}$	0	-0.02	0.01	0	-0.01	0.01	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
5	$a_{k,j}$	0	0	0.03	0.01	0.02	0.01	0	-0.02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	27.0
	$b_{k,j}$	0.01	0	0	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
6	$a_{k,j}$	-0.19	-0.02	0.12	-0.10	0.06	0	-0.02	-0.08	-0.02	-0.07	0.01	0.03	0.15	0.06	-0.05	-0.03	-0.10	121.6
	$b_{k,j}$	-0.09	0.07	0.03	0.06	0.09	0.01	0.02	0	-0.04	-0.02	-0.01	0.01	-0.10	0	-0.01	0.02	0.05	
7	$a_{k,j}$	-0.18	0.06	-0.55	-0.02	0.09	-0.08	0	0.86	-0.18	-0.05	-0.07	0.04	0.14	-0.03	0.37	-0.11	-0.12	182.51
	$b_{k,j}$	0.15	-0.31	0.13	0.05	-0.09	-0.03	0.06	-0.36	0.08	0.05	0.06	-0.02	-0.05	0.06	-0.20	0.04	0.07	
8	$a_{k,j}$	1.09	-0.14	-0.21	0.52	0.27	0	0.11	0.17	0.23	0.35	-0.05	0.02	-0.60	0.02	0.01	0.27	0.32	365.25
	$b_{k,j}$	0.50	-0.08	-0.38	0.36	0.14	0.04	0	0.25	0.17	0.27	-0.03	-0.03	-0.32	-0.10	0.20	0.10	0.30	
9	$a_{k,j}$	-0.34	-0.09	-1.22	0.05	0.15	-0.29	-0.17	1.58	-0.06	-0.15	0.00	0.13	0.28	-0.08	0.62	-0.01	-0.04	4028.71
	$b_{k,j}$	0	-0.11	-0.22	0.01	0.02	-0.03	-0.01	0.49	-0.03	-0.02	0.01	0.02	0.04	-0.04	0.16	-0.02	-0.01	
10	$a_{k,j}$	-0.13	0.07	-0.37	0.05	0.06	-0.11	-0.07	0.46	0.00	-0.04	0.01	0.07	0.09	-0.05	0.15	-0.01	0.01	2014.35
	$b_{k,j}$	0.05	0.03	0.07	0.02	-0.01	0.03	0.02	-0.04	-0.01	-0.01	0.02	0.03	0.02	-0.04	-0.04	-0.01	0	
11	$a_{k,j}$	-0.06	0.13	-0.07	0.03	0.02	-0.05	-0.05	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1342.90
	$b_{k,j}$	0.03	-0.02	0.04	-0.01	-0.03	0.02	0.01	0.04	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
12	$a_{k,j}$	-0.03	0.08	-0.01	0.04	0.01	-0.02	-0.02	-0.04	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1007.18
	$b_{k,j}$	0.04	-0.02	-0.04	0.00	-0.01	0	0.01	0.07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

7.8.3 双频用户算法

对于使用 B1C 和 B2a 信号的双频用户，采用双频无电离层组合伪距算法来修正电离层延迟的影响，计算方法为：

(1) 对于使用 B1C 导频分量和 B2a 导频分量的双频用户

$$PR_{B1Cp-B2ap} = \frac{PR_{B2ap} - k_{12} \cdot PR_{B1Cp}}{1 - k_{12}} - \frac{C \cdot (T_{GDB2ap} - k_{12} \cdot T_{GDB1Cp})}{1 - k_{12}} \quad (7-18)$$

(2) 对于使用 B1C 导频分量和 B2a 数据分量的双频用户

$$PR_{B1Cp-B2ad} = \frac{PR_{B2ad} - k_{12} \cdot PR_{B1Cp}}{1 - k_{12}} - \frac{C \cdot (T_{GDB2ap} + ISC_{B2ad} - k_{12} \cdot T_{GDB1Cp})}{1 - k_{12}} \quad (7-19)$$

(3) 对于使用 B1C 数据分量和 B2a 导频分量的双频用户

$$PR_{B1Cd-B2ap} = \frac{PR_{B2ap} - k_{12} \cdot PR_{B1Cd}}{1 - k_{12}} - \frac{C \cdot (T_{GDB2ap} - k_{12} \cdot T_{GDB1Cp} - k_{12} \cdot ISC_{B1Cd})}{1 - k_{12}} \quad (7-20)$$

(4) 对于使用 B1C 数据分量和 B2a 数据分量的双频用户

$$PR_{B1Cd-B2ad} = \frac{PR_{B2ad} - k_{12} \cdot PR_{B1Cd}}{1 - k_{12}} - \frac{C \cdot (T_{GDB2ap} + ISC_{B2ad} - k_{12} \cdot T_{GDB1Cp} - k_{12} \cdot ISC_{B1Cd})}{1 - k_{12}} \quad (7-21)$$

其中，

$$k_{12} = \left(\frac{1575.42}{1176.45} \right)^2 \text{ 为与频率有关的因子；}$$

$PR_{B1Cp-B2ap}$ 为 B1C 导频分量和 B2a 导频分量的双频无电离层组合伪距；

$PR_{B1Cp-B2ad}$ 为 B1C 导频分量和 B2a 数据分量的双频无电离层组合伪距；

$PR_{B1Cd-B2ap}$ 为 B1C 数据分量和 B2a 导频分量的双频无电离层组合

伪距;

$PR_{B1Cd-B2ad}$ 为 B1C 数据分量和 B2a 数据分量的双频无电离层组合

伪距;

PR_{B1Cp} 为 B1C 导频分量的观测伪距 (经钟差修正但不经 T_{GDB1Cp} 修正);

PR_{B1Cd} 为 B1C 数据分量的观测伪距 (经钟差修正但不经 T_{GDB1Cp} 、 ISC_{B1Cd} 修正);

PR_{B2ap} 为 B2a 导频分量的观测伪距 (经钟差修正但不经 T_{GDB2ap} 修正);

PR_{B2ad} 为 B2a 数据分量的观测伪距 (经钟差修正但不经 T_{GDB2ap} 、 ISC_{B2ad} 修正);

T_{GDB1Cp} 为 B1C 导频分量时延差;

T_{GDB2ap} 为 B2a 导频分量时延差;

ISC_{B1Cd} 为 B1C 数据分量相对于 B1C 导频分量的时延修正项, 具体定义参见《北斗卫星导航系统空间信号接口控制文件公开服务信号 B1C (1.0 版)》;

ISC_{B2ad} 为 B2a 数据分量相对于 B2a 导频分量的时延修正项;

$C = 2.99792458 \times 10^8$ m/s 为光速。

7.9 中等精度历书

7.9.1 参数说明

中等精度历书包括 14 个参数, 参数定义及特性说明见表 7-13。

表 7-13 中等精度历书参数定义及说明

序号	参数	定义	比特数	比例因子	有效范围**	单位
1	PRN _a	本组历书数据对应的卫星编号	6	1	1~63	--
2	SatType***	卫星轨道类型	2	--	--	--
3	WN _a	历书参考时刻周计数	13	1	--	周
4	t _{oa}	历书参考时刻	8	2 ¹²	0~602112	s
5	e	偏心率	11	2 ⁻¹⁶	--	--
6	δ _i	参考时刻轨道倾角相对于参考值的偏差	11*	2 ⁻¹⁴	--	π
7	√A	长半轴的平方根	17	2 ⁻⁴	--	m ^{1/2}
8	Ω ₀	周历元零时刻计算的升交点经度	16*	2 ⁻¹⁵	--	π
9	Ω̇	升交点赤经变化率	11*	2 ⁻³³	--	π/s
10	ω	近地点幅角	16*	2 ⁻¹⁵	--	π
11	M ₀	参考时刻的平近点角	16*	2 ⁻¹⁵	--	π
12	a _{f0}	卫星钟偏差系数	11*	2 ⁻²⁰	--	s
13	a _{f1}	卫星钟漂移系数	10*	2 ⁻³⁷	--	s/s
14	Health	卫星健康信息	8	—	—	—

*为 2 进制补码，最高有效位（MSB）是符号位（+或-）。
 **除非在“有效范围”栏中另有说明，否则参数的有效范围是所给定的位数与比例因子共同确定的最大范围。
 ***SatType含义（二进制数）：01代表GEO卫星，10代表IGSO卫星，11代表MEO卫星，00为预留。

Health 表示卫星健康信息，共 8 比特，具体含义见表 7-14。

表 7-14 卫星健康信息定义

信息位	数值	定义
第 8 位 (MSB)	0	卫星钟健康
	1	*
第 7 位	0	B1C 信号正常
	1	B1C 信号不正常**
第 6 位	0	B2a 信号正常
	1	B2a 信号不正常**

第 5~1 位	0	预留
	1	预留

*当第 8 位为 1, 后 7 位均为 0 时表示卫星钟不可用, 后 7 位均为 1 时表示卫星故障或永久关闭。
**信号不正常指信号功率比额定值低 10dB 以上。

7.9.2 用户算法

接收机用户可通过下式计算出信号发射时刻的 BDT 时间:

$$t = t_{sv} - \Delta t_{sv} \tag{7-22}$$

其中, t 的单位为秒; t_{sv} 为信号发射时刻的卫星测距码相位时间, 单位为秒; Δt_{sv} 为卫星测距码相位时间偏移, 单位为秒。

卫星测距码相位时间偏移由下式给出:

$$\Delta t_{sv} = a_{f0} + a_{f1}(t - t_{oa}) \tag{7-23}$$

其中, 历书参考时刻 t_{oa} 是以历书周计数 (WN_a) 的起始时刻为基准的。

接收机用户利用历书参数计算卫星位置的用户算法见表 7-15。

表 7-15 中等精度历书参数的用户算法

公 式	说 明
$\mu=3.986004418 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$	BDCS 坐标系下的地心引力常数
$\dot{\Omega}_e = 7.2921150 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$	BDCS 坐标系下的地球自转角速度
$\pi = 3.1415926535898$	圆周率
$A = (\sqrt{A})^2$	计算长半轴
$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{A^3}}$	计算参考时刻的卫星平均角速度
$t_k = t - t_{oa}^*$	计算与参考时刻的时间差
$M_k = M_0 + n_0 t_k$	计算平近点角
$M_k = E_k - e \sin E_k$	迭代计算偏近点角

$\begin{cases} \sin v_k = \frac{\sqrt{1-e^2} \sin E_k}{1-e \cos E_k} \\ \cos v_k = \frac{\cos E_k - e}{1-e \cos E_k} \end{cases}$	计算真近点角
$\phi_k = v_k + \omega$	计算纬度幅角
$r_k = A(1 - e \cos E_k)$	计算径向距离
$\begin{cases} x_k = r_k \cos \phi_k \\ y_k = r_k \sin \phi_k \end{cases}$	计算卫星在轨道平面内的坐标
$\Omega_k = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e)t_k - \dot{\Omega}_e t_{oa}$	计算改正后的升交点经度
$i = i_0 + \delta_i^{**}$	计算参考时刻的轨道倾角
$\begin{cases} X_k = x_k \cos \Omega_k - y_k \cos i \sin \Omega_k \\ Y_k = x_k \sin \Omega_k + y_k \cos i \cos \Omega_k \\ Z_k = y_k \sin i \end{cases}$	计算卫星在 BDCS 坐标系中的坐标
<p>*表达式中，t是信号发射时刻的 BDT 时间，即修正信号传播时延后的系统时间。t_k是 t和历书参考时刻 t_{oa}之间的总时间差，并考虑了跨过一周开始或结束的时间，即：如果 $t_k > 302400$，就从 t_k中减去 604800；而如果 $t_k < -302400$，就对 t_k加上 604800。</p> <p>**对于 MEO/IGSO 卫星，$i_0 = 0.30\pi$；对于 GEO 卫星，$i_0 = 0.00$。</p>	

7.10 简约历书

7.10.1 参数说明

简约历书的参数定义及特性说明见表 7-16。

表 7-16 简约历书参数定义

序号	参数	定义	比特数	比例因子	有效范围**	单位
1	PRN _a	本组历书数据对应的卫星编号	6	1	1~63	--

2	SatType ^{*****}	卫星轨道类型	2	--	--	--
3	δ_A ^{***}	参考时刻长半轴相对于参考值的偏差	8 [*]	2 ⁹	--	m
4	Ω_0	周历元零时刻计算的升交点经度	7 [*]	2 ⁻⁶	--	π
5	Φ_0 ^{*****}	参考时刻纬度幅角	7 [*]	2 ⁻⁶	--	π
6	Health	卫星健康信息	8	—	—	—

*为2进制补码，最高有效位（MSB）是符号位（+或-）；
 **除非在“有效范围”栏中另有说明，否则参数的有效范围是所给定的位数与比例因子共同确定的最大范围；
 *** δ_A 对应的参考值为 $A_{ref} = 27906100\text{m}$ （MEO）， $A_{ref} = 42162200\text{m}$ （IGSO/GEO）；
 **** $\Phi_0 = M_0 + \omega$ ；相关参考值： $e=0$ ； $\delta_i=0$ ， $i=55$ 度（MEO/IGSO）， $i=0$ 度（GEO）；
 *****SatType含义：01表GEO卫星，10代表IGSO卫星，11代表MEO卫星，00为预留。

7.10.2 用户算法

简约历书的用户算法与中等精度历书用户算法相同。对于中等精度历书用户算法中出现的参数，但简约历书没有给出的参数值，将相应参数初始值设为 0。

简约历书的历书参考时刻周计数（ WN_a ）和历书参考时刻（ t_{oa} ）的定义及特性说明见表 7-17。

表 7-17 历书参考时刻参数定义及说明

序号	参数	定义	比特数	比例因子	有效范围	单位
1	WN_a	历书参考时刻周计数	13	1	0~8191	周
2	t_{oa}	历书参考时刻	8	2 ¹²	0~602112	s

7.11 地球定向参数

7.11.1 参数说明

地球定向参数（EOP）的定义及特性说明见表 7-18。

表 7-18 地球定向参数定义及说明

参数	定义	比特数	比例因子	有效范围**	单位
t_{EOP}	EOP 数据参考时间	16	2^4	0~604784	s
PM_X	参考时间 X 轴极移	21^*	2^{-20}	--	弧秒
\dot{PM}_X	参考时间 X 轴极移 漂移率	15^*	2^{-21}	--	弧秒/天
PM_Y	参考时间 Y 轴极移	21^*	2^{-20}	--	弧秒
\dot{PM}_Y	参考时间 Y 轴极移 漂移率	15^*	2^{-21}	--	弧秒/天
$\Delta UT1$	参考时间 UT1-UTC 的差值	31^*	2^{-24}	--	s
$\dot{\Delta UT1}$	参考时间 UT1-UTC 的差值 变化率	19^*	2^{-25}	--	秒/天

*为 2 进制补码，最高有效位 (MSB) 是符号位 (+或-)。
**除非在“有效范围”栏中另有说明，否则参数的有效范围是所给定的位数与比例因子共同确定的最大范围。

7.11.2 用户算法

用户使用星历参数计算得到的是卫星天线相位中心在北斗坐标系中的坐标，如果用户需要将其转换到相应的地心惯性坐标系 (ECI) 中的坐标，则需使用表 7-19 中提供的算法来获得坐标转换矩阵。完整坐标系转换算法遵循 IERS 规范。

表 7-19 地球定向参数用户算法

公式	说明
$UT1 - UTC = \Delta UT1 + \dot{\Delta UT1}(t - t_{EOP})$	计算 t 时刻的世界协调时之差
$x_p = PM_X + \dot{PM}_X (t - t_{EOP})$ $y_p = PM_Y + \dot{PM}_Y (t - t_{EOP})$	计算 t 时刻的 X 轴和 Y 轴极移
注： t 是信号发射时刻的 BDT 时间。	

7.12 BDT-UTC 时间同步参数

7.12.1 参数说明

BDT-UTC 时间同步参数反映了北斗时 (BDT) 与协调世界时 (UTC) 之间的关系。BDT-UTC 时间同步参数的定义及特性说明见表 7-20。

表 7-20 BDT-UTC 时间同步参数定义及说明

序号	参数	定义	比特数	比例因子	有效范围**	单位
1	A_{0UTC}	BDT 时标相对于 UTC 时标的偏差系数	16*	2^{-35}	--	s
2	A_{1UTC}	BDT 时标相对于 UTC 时标的漂移系数	13*	2^{-51}	--	s/s
3	A_{2UTC}	BDT 时标相对于 UTC 时标的漂移率系数	7*	2^{-68}	--	s/s ²
4	Δt_{LS}	新的闰秒生效前 BDT 相对于 UTC 的累积闰秒改正数	8*	1	--	s
5	t_{ot}	参考时刻对应的周内秒	16	2^4	0~604784	s
6	WN_{ot}	参考时间周计数	13	1	--	周
7	WN_{LSF}	闰秒参考时间周计数	13	1	--	周
8	DN	闰秒参考时间日计数	3	1	0~6	天
9	Δt_{LSF}	新的闰秒生效后 BDT 相对于 UTC 的累积闰秒改正数	8*	1	--	s

*为2进制补码，最高有效位 (MSB) 是符号位 (+或-)。
 **除非在“有效范围”栏中另有说明，否则参数的有效范围是所给定的位数与比例因子共同确定的最大范围。

7.12.2 用户算法

BDT 和 UTC 的时间偏差计算方法分为三种情况：

(1) 由闰秒参考周数 WN_{LSF} 与日计数 DN 确定的闰秒时刻还没有来临，并且用户当前时间与闰秒时刻之差大于 6 个小时。

$$t_{UTC} = (t_E - \Delta t_{UTC}) \bmod 86400 \quad (7-24)$$

$$\begin{aligned} \Delta t_{UTC} = & \Delta t_{LS} + A_{0UTC} + A_{1UTC} (t_E - t_{ot} + 604800 (WN - WN_{ot})) + \\ & A_{2UTC} (t_E - t_{ot} + 604800 (WN - WN_{ot}))^2 \end{aligned} \quad (7-25)$$

t_E 是指用户估计的 BDT 时间。

(2) 用户当前时间处于由闰秒参考周数 WN_{LSF} 与日计数 DN 确定的闰秒时刻的前 6 小时与闰秒后 6 小时之内。

$$t_{UTC} = W \bmod (86400 + \Delta t_{LSF} - \Delta t_{LS}) \quad (7-26)$$

$$W = ((t_E - \Delta t_{UTC} - 43200) \bmod 86400) + 43200 \quad (7-27)$$

式中， Δt_{UTC} 的计算方法见式(7-25)。

(3) 由闰秒参考周数 WN_{LSF} 与日计数 DN 确定的闰秒时刻已经过去，并且用户当前时间与闰秒时刻之差大于 6 个小时。

$$t_{UTC} = (t_E - \Delta t_{UTC}) \bmod 86400 \quad (7-28)$$

$$\begin{aligned} \Delta t_{UTC} = & \Delta t_{LSF} + A_{0UTC} + A_{1UTC} (t_E - t_{ot} + 604800 (WN - WN_{ot})) + \\ & A_{2UTC} (t_E - t_{ot} + 604800 (WN - WN_{ot}))^2 \end{aligned} \quad (7-29)$$

7.13 BDT-GNSS 时间同步参数

7.13.1 参数说明

BDT-GNSS 时间同步 (BGTO) 参数用于计算 BDT 与其它 GNSS 系统时之间的时间偏差。BGTO 参数的定义及特性说明见表 7-21。

表 7-21 BDT-GNSS 时间同步参数定义及说明

序号	参数	定义	比特数	比例因子	有效范围**	单位
1	GNSS ID	GNSS 系统标识	3	--	--	无量纲

2	WN_{0BGTO}	参考时间周计数	13	1	--	周
3	t_{0BGTO}	参考时刻对应的周内时间	16	2^4	0~604784	s
4	A_{0BGTO}	BDT 时标相对 GNSS 时标的偏差系数	16^*	2^{-35}	--	s
5	A_{1BGTO}	BDT 时标相对 GNSS 时标的漂移系数	13^*	2^{-51}	--	s/s
6	A_{2BGTO}	BDT 时标相对 GNSS 时标的漂移率系数	7^*	2^{-68}	--	s/s^2
<p>*为2进制补码，最高有效位（MSB）是符号位（+或-）。 **除非在“有效范围”栏中另有说明，否则参数的有效范围是所给定的位数与比例因子共同确定的最大范围。</p>						

其它 GNSS 以 GNSS ID 区分，其含义为：

000 为无效，表示本组数据不可用；

001 表示 GPS 系统；

010 表示 Galileo 系统；

011 表示 GLONASS 系统；

100~111 为预留。

在一帧中播发的 WN_{0BGTO} 、 t_{0BGTO} 、 A_{0BGTO} 、 A_{1BGTO} 、 A_{2BGTO} 是针对本帧中 GNSS ID 标识的系统，不同帧中播发的 GNSS 系统可能不同，用户应当区分接收。

7.13.2 用户算法

北斗时与其它 GNSS 系统时之间转换的时间偏差可由下式实现：

$$\Delta t_{\text{Systems}} = t_{\text{BD}} - t_{\text{GNSS}} = A_{0BGTO} + A_{1BGTO} \left[t_{\text{BD}} - t_{0BGTO} + 604800(WN - WN_{BGTO}) \right] + A_{2BGTO} \left[t_{\text{BD}} - t_{0BGTO} + 604800(WN - WN_{BGTO}) \right]^2 \quad (7-30)$$

式中， $\Delta t_{\text{Systems}}$ 的单位为秒； t_{BD} ， t_{GNSS} 分别为 BDT 时间和其它 GNSS 系统时间。

7.14 卫星健康状态

卫星健康状态 (HS)，共 2 比特，无符号整型，用于描述本卫星当前健康状态。其定义见表 7-22。

表 7-22 卫星健康状态参数定义

HS 值	定义	说明
0	卫星健康	该颗卫星提供服务
1	卫星不健康或在测试中	该颗卫星不提供服务
2	预留	预留
3	预留	预留

7.15 卫星完好性状态标识

卫星完好性状态采用电文完好性标识 (DIF)、信号完好性标识 (SIF) 和系统告警标识 (AIF) 三个参数进行描述。三个标识参数均为 1 比特，其定义见表 7-23。

表 7-23 卫星完好性状态标识定义

标识	数值	定义
DIF	0	本信号播发的电文参数误差未超出预测精度
	1	本信号播发的电文参数误差超出预测精度
SIF	0	本信号正常
	1	本信号不正常
AIF	0	本信号 SISMAI* 值有效
	1	本信号 SISMAI 值无效
*SISMAI 定义见 7.17 节		

B1C 信号的完好性状态标识 ($DIF_{(B1C)}$ 、 $SIF_{(B1C)}$ 、 $AIF_{(B1C)}$) 除了在 B1C 信号中播发外, 同时也在 B2a 信号导航电文 B-CNAV2 中播发。由于 B2a 信号导航电文的更新频度更高, 对于使用 B1C 和 B2a 信号的双频用户, 建议优先使用 B2a 信号播发的完好性状态标识。

B2a 信号的完好性状态标识 ($DIF_{(B2a)}$ 、 $SIF_{(B2a)}$ 、 $AIF_{(B2a)}$) 只在 B2a 信号导航电文 B-CNAV2 中播发。

有关参数的具体描述在后续版本中更新。

7.16 空间信号精度指数

空间信号精度描述的是导航电文中播发的轨道和钟差的预测精度, 包括 2 个参数, 分别是卫星轨道切向和法向精度 ($SISA_{oc}$)、卫星轨道径向和卫星钟差精度 ($SISA_{oc}$)。

为计算 $SISA_{oe}$ 和 $SISA_{oc}$, 导航电文中给出了空间信号精度指数参数, 分别为:

- (1) $SISAI_{oc}$: 卫星轨道的切向和法向精度 ($SISA_{oe}$) 指数;
- (2) $SISAI_{ocb}$: 卫星轨道的径向及卫星钟固定偏差精度 ($SISA_{ocb}$) 指数;
- (3) $SISAI_{oc1}$: 卫星钟频偏精度 ($SISA_{oc1}$) 指数;
- (4) $SISAI_{oc2}$: 卫星钟频漂精度 ($SISA_{oc2}$) 指数;
- (5) t_{op} : 数据预测的周内时刻。

有关参数的具体描述在后续版本中更新。

7.17 空间信号监测精度指数

利用零均值高斯分布模型对空间信号精度的估计误差进行描述，该高斯分布的方差称为空间信号监测精度（SISMA），用空间信号监测精度指数（SISMAI）表征。

有关参数的具体描述在后续版本中更新。

8 缩略语

BDCS	北斗坐标系 (BeiDou Coordinate System)
BDGIM	北斗全球电离层延迟修正模型 (BeiDou Global Ionospheric delay correction Model)
BDS	北斗卫星导航系统 (BeiDou Navigation Satellite System)
BDT	北斗时 (BeiDou Navigation Satellite System Time)
BGTO	北斗时与其它 GNSS 系统时的偏差 (BDT-GNSS Time Offset)
bps	比特/秒 (bits per second)
BPSK	二进制相移键控 (Binary Phase Shift Keying)
CDMA	码分多址 (Code Division Multiple Access)
CGCS2000	2000 中国大地坐标系 (China Geodetic Coordinate System 2000)
CRC	循环冗余校验 (Cyclic Redundancy Check)
ECI	地心惯性 (坐标系) (Earth Centered Inertial)
EOP	地球定向参数 (Earth Orientation Parameters)
GEO	地球静止轨道 (Geostationary Earth Orbit)
GF	伽罗瓦域 (Galois Field)
GLONASS	全球导航卫星系统 (GLObal NAVigation Satellite System)
GNSS	全球卫星导航系统 (Global Navigation Satellite System)
GPS	全球定位系统 (Global Positioning System)
ICD	接口控制文件 (Interface Control Document)
IERS	国际地球自转参考系服务 (International Earth Rotation and Reference Systems Service)
IGSO	倾斜地球同步轨道 (Inclined GeoSynchronous Orbit)
IODC	钟差参数版本号 (Issue of Data, Clock)
IODE	星历参数版本号 (Issue of Data, Ephemeris)
IRM	IERS 参考子午面 (IERS Reference Meridian)
IRP	IERS 参考极 (IERS Reference Pole)
LDPC	低密度奇偶校验 (Low Density Parity Check)

LSB	最低有效位 (Least Significant Bit)
Mcps	百万码片/秒 (Mega chips per second)
MEO	中圆地球轨道 (Medium Earth Orbit)
MJD	约化儒略日 (Modified Julian Date)
MSB	最高有效位 (Most Significant Bit)
NTSC	中国科学院国家授时中心 (National Time Service Center)
PRN	伪随机噪声 (Pseudo-Random Noise)
RHCP	右旋圆极化 (Right-Hand Circular Polarization)
RMS	均方根 (Root Mean Square)
SOW	周内秒计数 (Seconds of Week)
sps	符号/秒 (symbols per second)
TEC	总电子含量 (Total Electron Content)
TECu	总电子含量单位 (Total Electron Content unit)
UT	世界时 (Universal Time)
UTC	协调世界时 (Universal Time Coordinated)
WN	整周计数 (Week Number)

附录 多进制 LDPC 编译码方法及示例

1. 多进制 LDPC 编码

由多进制 LDPC (n,k) 编码的校验矩阵 $\mathbf{H}=[\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2]$ 可以计算得到生成矩阵 \mathbf{G} 。再利用生成矩阵 \mathbf{G} ，对长度为 k 的输入信息序列 \mathbf{m} 进行编码，可得到长度为 n 的码字 $\mathbf{c}=(\mathbf{c}_0, \mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_{n-1})=\mathbf{m} \cdot \mathbf{G}=[\mathbf{m}, \mathbf{p}]$ 。其中， $\mathbf{c}_j (0 \leq j < n)$ 为码字 \mathbf{c} 中的第 j 个码字符号， $\mathbf{p}=\mathbf{m} \cdot (\mathbf{H}_2^{-1} \cdot \mathbf{H}_1)^T$ 为校验序列。

生成矩阵 \mathbf{G} 的产生方法如下：

第 1 步：将大小为 $(n-k) \times n$ 的矩阵 \mathbf{H} 表示为 $\mathbf{H}=[\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2]$ ，其中 \mathbf{H}_1 大小为 $(n-k) \times k$ ， \mathbf{H}_2 大小为 $(n-k) \times (n-k)$ ；

第 2 步：将矩阵 \mathbf{H} 转化为系统形式，用 \mathbf{H}_2^{-1} 左乘 \mathbf{H} ，得到右边为单位阵的校验矩阵 $\hat{\mathbf{H}}=[\mathbf{H}_2^{-1} \cdot \mathbf{H}_1, \mathbf{I}_{n-k}]$ ，其中 \mathbf{I}_{n-k} 为 $(n-k) \times (n-k)$ 单位阵；

第 3 步：得到矩阵 $\mathbf{G}=[\mathbf{I}_k, (\mathbf{H}_2^{-1} \cdot \mathbf{H}_1)^T]$ ，其中 \mathbf{I}_k 为 $k \times k$ 单位阵。

(1) 编码示例

以 B-CNAV2 导航电文采用 64 进制 LDPC(96,48) 编码为例，若输入信息为：

```
[001010 110010 010011 100001 001010 100110 010000 101001 101100 101111
011100 000101 001110 111010 001001 110100 100010 111111 000101 011100
000110 111101 000000 110001 110100 110111 000101 011001 010000 110011
011011 111010 001011 010000 001001 001000 110111 100101 100011 001001
110110 100111 010110 100000 011001 000100 001111 000111 100000 001000
110110 100111 010110 100000 011001 000100 001111 000111 100000 001000];
```

经过编码，输出码字为：

```
[001010 110010 010011 100001 001010 100110 010000 101001 101100 101111
011100 000101 001110 111010 001001 110100 100010 111111 000101 011100
000110 111101 000000 110001 110100 110111 000101 011001 010000 110011
011011 111010 001011 010000 001001 001000 110111 100101 100011 001001
110110 100111 010110 100000 011001 000100 001111 000111 100000 001000
101101 111001 001011 110111 101101 111111 000000 100011 000110 101110];
```

101011 001100 100001 100101 010111 010010 000101 000010 111011 001010
 101111 101100 011000 101010 010011 000001 000001 001101 111000 001100
 111001 110101 100111 110100 101111 010111 111010 111111 101100 011111
 101011 000010 000110 000001 110000 101100] 。

(2) 映射关系

64 进制 LDPC 编码后，每个码字符号由 6 比特构成，定义于本原多项式为 $p(x)=1+x+x^6$ 的有限域 $GF(2^6)$ 。有限域中的每个元素可以采用向量表示法和幂次表示法。

64 个元素的向量表示法到幂次表示法的映射表如下：

[∞	0	1	6	2	12	7	26	3	32	13	35	8	48	27	18
4	24	33	16	14	52	36	54	9	45	49	38	28	41	19	56
5	62	25	11	34	31	17	47	15	23	53	51	37	44	55	40
10	61	46	30	50	22	39	43	29	60	42	21	20	59	57	58];

63 个非零元素从幂次表示法到向量表示法的映射表如下：

[1	2	4	8	16	32	3	6	12	24	48	35	5	10	20	40
19	38	15	30	60	59	53	41	17	34	7	14	28	56	51	37
9	18	36	11	22	44	27	54	47	29	58	55	45	25	50	39
13	26	52	43	21	42	23	46	31	62	63	61	57	49	33]	。

2. 多进制 LDPC 译码

多进制 LDPC 编码生成的码字 $\mathbf{c}=(\mathbf{c}_0,\mathbf{c}_1,\dots,\mathbf{c}_{n-1})$ 在信号调制后进行信道传输，经过信道传输后，接收端可得到相应的接收序列 $\mathbf{y}=(\mathbf{y}_0,\mathbf{y}_1,\dots,\mathbf{y}_{n-1})$ 。其中， $\mathbf{y}_j=(y_{j,0},y_{j,1},\dots,y_{j,r-1})$ 为码字符号 \mathbf{c}_j 对应的信道接收信息， $\mathbf{c}_j \in GF(q), q=2^r, 0 \leq j < n$ 。

利用多进制 LDPC 码的校验矩阵 \mathbf{H} 可以对接收序列 \mathbf{y} 进行校验，具体方法是：对接收序列 \mathbf{y} 进行逐比特硬判决，得到硬判决码字 $\hat{\mathbf{c}}=(\hat{\mathbf{c}}_0,\hat{\mathbf{c}}_1,\dots,\hat{\mathbf{c}}_{n-1})$ ，据此计算校验和 $\mathbf{s}=\hat{\mathbf{c}}\mathbf{H}^T$ 。若 $\mathbf{s}=\mathbf{0}$ ，即对任意 $i, 0 \leq i < m$ ，均满足 $\sum_{j \in N_i} \hat{c}_j h_{i,j} = 0$ （有限域的乘法和加法运算），则将 $\hat{\mathbf{c}}$ 作为正确的译码结果输出，否则表明 $\hat{\mathbf{c}}$ 是错误的译码信息。

校验矩阵 \mathbf{H} 给出了 LDPC 码校验节点和变量节点之间的连接关系，相互连接的校验节点和变量节点之间能够传递置信度信息。对于大小为 $m \times n$ 的校验矩阵 \mathbf{H} ，记 $h_{i,j} \in GF(q)$ 为 \mathbf{H} 矩阵中第 i 行第 j 列的元素， \mathbf{H} 中的每一行对应一个校验节点 CN，每一列对应一个变量节点 VN。两个序数集合定义如下：

$$M_j = \{i : 0 \leq i < m, h_{i,j} \neq 0\}, 0 \leq j < n$$

$$N_i = \{j : 0 \leq j < n, h_{i,j} \neq 0\}, 0 \leq i < m$$

若 $h_{i,j} \neq 0$ ，则校验节点 CN_i 与变量节点 VN_j 之间相连并可以相互传递置信度信息。由变量节点 VN_j 传递给相连校验节点 CN_i ($i \in M_j$) 的置信度向量表示为 $V2C_{j \rightarrow i}$ ，可用于计算校验节点 CN_i 的校验和；由校验节点 CN_i 传递给相连变量节点 VN_j ($j \in N_i$) 的置信度向量表示为 $C2V_{i \rightarrow j}$ ，可用于估算变量节点 VN_j 的符号值。采用置信度传播译码算法，迭代更新 $V2C_{j \rightarrow i}$ 和 $C2V_{i \rightarrow j}$ ，能够纠正接收序列 \mathbf{y} ，从而实现传输码字 \mathbf{c} 的估计。

下面给出两种迭代的置信度传播译码算法，用以估计传输码字 \mathbf{c} 。

(1) 扩展最小和法

设加性高斯白噪声信道的噪声均值为 0，方差为 σ^2 。根据每个码字符号对应的接收符号向量 \mathbf{y}_j 计算其置信度向量 \mathbf{L}_j 。所有 q 个有限域元素 $x \in GF(q)$ 及其对应的对数似然比 (LLR) 值 $LLR(x)$ 一起构成了置信度向量 \mathbf{L}_j ，其中向量 \mathbf{L}_j 的第 l 个元素 ($0 \leq l < q$) 由第 l 个有限域符号 x 及其 LLR 值组成。置信度向量 \mathbf{L}_j 中有限域元素 x 的对数似然比为：

$$\text{LLR}(x) = \log\left(\frac{P(\mathbf{y}_j | \hat{x})}{P(\mathbf{y}_j | x)}\right) = \frac{2 \sum_{b=0}^{r-1} |y_{j,b}| \Delta_{j,b}}{\sigma^2}$$

其中， \hat{x} 是 $\text{GF}(q)$ 中使概率 $P(\mathbf{y}_j | x)$ 最大的有限域元素，即直接对接收符号 \mathbf{y}_j 逐比特作硬判决得到的元素。有限域元素 x 和 \hat{x} 对应的比特序列分别为 $x = (x_0, x_1, \dots, x_{r-1})$ 和 $\hat{x} = (\hat{x}_0, \hat{x}_1, \dots, \hat{x}_{r-1})$ ， $\Delta_{j,b} = x_b \text{ XOR } \hat{x}_b$ ，XOR 为异或运算，即若 x_b 和 \hat{x}_b 相同则 $\Delta_{j,b} = 0$ ，否则 $\Delta_{j,b} = 1$ 。

在扩展最小和译码算法中，传递的置信度向量 \mathbf{L}_j 的长度从 q 个有限域元素减至 n_m ($n_m \ll q$) 个，即在置信度向量中只保留 LLR 值最小(即置信度最高)的 n_m 个元素。扩展最小和译码的算法流程如下：

初始化： 设置最大迭代次数 itr_{\max} ，当前迭代次数 $\text{itr}=0$ 。根据接收向量 \mathbf{y}_j 计算置信度向量 \mathbf{L}_j ($0 \leq j < n$)。利用 \mathbf{L}_j 初始化各变量节点 VN_j 的所有 $\text{V2C}_{j \rightarrow i}$ 向量。

第 1 步： 对各变量节点 VN_j ($0 \leq j < n$)，根据变量节点更新规则计算判决符号 \hat{c}_j 与置信度向量 $\text{V2C}_{j \rightarrow i}$ 。

第 2 步： 利用多进制 LDPC 码的校验矩阵 \mathbf{H} ，计算校验和 $\mathbf{s} = \hat{\mathbf{c}}\mathbf{H}^T$ 。若 $\mathbf{s} = \mathbf{0}$ ，则将判决值序列作为译码输出并终止译码；否则执行第 3 步。

第 3 步： 对各校验节点 CN_i ($0 \leq i < m$)，根据校验节点更新规则计算置信度向量 $\text{C2V}_{i \rightarrow j}$ 。

第 4 步： 令 $\text{itr}=\text{itr}+1$ 。若 $\text{itr} = \text{itr}_{\max}$ ，则终止译码并声明失败；否则转至第 1 步。

1) 变量节点更新规则

若当前迭代次数 $\text{itr}=0$ ，对于每个码字符号的置信度向量 \mathbf{L}_j ，按照其 q 个有限域元素的 LLR 值进行升序排列，取排序后 \mathbf{L}_j 中的前 n_m 个元素构成截断置信度向量 $\mathbf{L}_{j, n_m} = (\mathbf{x}_{n_m}, \text{LLR}(\mathbf{x}_{n_m}))$ 。将 $\text{V2C}_{j \rightarrow i}$ 初始化为

\mathbf{L}'_{j,n_m} :

$$\mathbf{V2C}_{j \rightarrow i} = \mathbf{L}'_{j,n_m} = \mathbf{L}_{j,n_m} \cdot h_{i,j} = (\mathbf{x}_{n_m} \cdot h_{i,j}, \text{LLR}(\mathbf{x}_{n_m}))$$

其中, \mathbf{x}_{n_m} 为被截取的前 n_m 个有限域元素组成的向量, $\mathbf{x}_{n_m} \cdot h_{i,j}$ 为截取的 n_m 个有限域元素与 $h_{i,j}$ 的有限域乘法。

若当前迭代次数 $\text{itr} \neq 0$, 设 $\mathbf{C2V}_{f \rightarrow j}$ 是相连校验节点 CN_f 传递给变量节点 VN_j 的长度为 n_m 的置信度向量, 利用 VN_j 收到的所有置信度向量 $\mathbf{C2V}_{f \rightarrow j} (f \in M_j, f \neq i)$, 计算 VN_j 传递给 CN_i 的置信度向量 $\mathbf{V2C}_{j \rightarrow i}$:

$$\mathbf{V2C}_{j \rightarrow i} = h_{i,j} \cdot \left(\sum_{f \in M_j, f \neq i} \mathbf{C2V}_{f \rightarrow j} \cdot h_{f,j}^{-1} + \mathbf{L}_j \right)_{n_m} = (\mathbf{R}\mathbf{s}_{j \rightarrow i}, \mathbf{R}_{j \rightarrow i})$$

其中, 有限域元素 $h_{f,j}^{-1}$ 是 $h_{f,j}$ 的逆元, 即 $h_{f,j}^{-1} \cdot h_{f,j} = 1$ 。上式中的加和运算将各置信度向量 $\mathbf{C2V}_{i \rightarrow j}$ 中相同元素的 LLR 值进行相加, $(\bullet)_{n_m}$ 操作表示将置信度向量中的元素进行升序排序并截取前 n_m 个元素, 且这 n_m 个有限域元素互不相同。 $\mathbf{R}\mathbf{s}_{j \rightarrow i}$ 是前 n_m 个有限域元素组成的向量, $\mathbf{R}_{j \rightarrow i}$ 是对应的 LLR 值向量。被置信度向量 $\mathbf{C2V}_{i \rightarrow j}$ 舍弃的 $q - n_m$ 个有限域元素的 LLR 值取为 $\mathbf{C2V}_{i \rightarrow j}$ 中最大的 LLR 值与一个固定偏移量之和。在每个置信度向量 $\mathbf{V2C}_{j \rightarrow i}$ 计算完成后, 找到置信度向量中 LLR 的最小值 LLR_{\min} , 将置信度向量中各元素的 LLR 值减去 LLR_{\min} 。

此外, 每个变量节点在每次计算时都进行一次判决, 选取长度为 q 的置信度向量 $\left\{ \sum_{f \in M_j} \mathbf{C2V}_{f \rightarrow j} \cdot h_{f,j}^{-1} + \mathbf{L}_j \right\}$ 中 LLR_{\min} 对应的有限域元素作为判决值, 判决公式为:

$$\hat{c}_j = \arg \min_{x \in \text{GF}(q)} \left\{ \sum_{f \in M_j} \mathbf{C2V}_{f \rightarrow j} \cdot h_{f,j}^{-1} + \mathbf{L}_j \right\}, 0 \leq j < n$$

判决符号 \hat{c}_j 与置信度向量 $\mathbf{V2C}_{j \rightarrow i}$ 一起传递给对应的校验节点。检查当前迭代译码结果 $\hat{\mathbf{c}} = (\hat{c}_0, \hat{c}_1, \dots, \hat{c}_{n-1})$ 是否能通过校验矩阵校验, 即

$\mathbf{s} = \hat{\mathbf{c}}\mathbf{H}^T$ 是否为零向量。

2) 校验节点更新规则

对每个校验节点 $\text{CN}_i (0 \leq i < m)$ ，接收所有与之相连的变量节点传递的置信度向量 $\mathbf{V}2\mathbf{C}_{j \rightarrow i}$ ，计算置信度向量 $\mathbf{C}2\mathbf{V}_{i \rightarrow j}$ ：

$$\mathbf{C}2\mathbf{V}_{i \rightarrow j} = \sum_{\gamma \in N_i, \gamma \neq j} \mathbf{V}2\mathbf{C}_{\gamma \rightarrow i}$$

其中，每次加和运算定义为校验节点基本计算：输入两个 n_m 长的置信度向量（各包含 n_m 长的有限域元素向量及对应的 LLR 向量），对来自不同置信度向量的有限域元素做加法得到候选元素并计算对应的 LLR 值，将所有候选元素的 LLR 值升序排列，截取前 n_m 个最小的 LLR 值及其对应的有限域元素构成输出置信度向量。设校验节点基本计算的输入置信度向量分别为 $(\mathbf{U}_s, \mathbf{U})$ 和 $(\mathbf{Q}_s, \mathbf{Q})$ ，输出置信度向量为 $(\mathbf{V}_s, \mathbf{V})$ ，其中 \mathbf{U} ， \mathbf{Q} ， \mathbf{V} 为升序排列的 n_m 长 LLR 向量， \mathbf{U}_s ， \mathbf{Q}_s ， \mathbf{V}_s 为相对应的有限域元素向量。根据输入置信度向量，构建大小为 $n_m \times n_m$ 的置信度矩阵 \mathbf{M} 和有限域元素矩阵 \mathbf{M}_s 。 \mathbf{M}_s 和 \mathbf{M} 的计算公式为：

$$M_s[d, \rho] = U_s[d] \oplus Q_s[\rho]$$

$$M[d, \rho] = U[d] + Q[\rho]$$

其中， $d, \rho \in \{0, 1, \dots, n_m - 1\}$ ， \oplus 为有限域加法。

校验节点基本计算的公式为：

$$V[\varepsilon] = \min_{d, \rho \in \{0, 1, \dots, n_m - 1\}} \{M[d, \rho]\}_{V_s[\varepsilon] = M_s[d, \rho]}, 0 \leq \varepsilon < n_m$$

上式的具体实现可以通过对大小为 n_m 的寄存器 \mathbf{S} 进行如下操作完成：

初始化: 将 \mathbf{M} 的第 1 列存入 \mathbf{S} , 使 $S[\zeta]=M[\zeta,0]$, $\zeta \in \{0,1,\dots,n_m-1\}$ 。令 $\varepsilon=0$ 。

第 1 步: 找到 \mathbf{S} 中的最小值。(假设 $M[d,\rho]$ 对应 \mathbf{S} 中的最小值)。

第 2 步: 若 \mathbf{S} 中最小值对应的有限域元素不存在于向量 \mathbf{V}_s 中, 则将 \mathbf{S} 中的最小值给 $V[\varepsilon]$, 将对应的有限域元素给 $V_s[\varepsilon]$, $\varepsilon=\varepsilon+1$; 否则, 不执行操作。

第 3 步: 将 \mathbf{S} 中的最小值替换为其在 \mathbf{M} 中对应元素的右边元素, (即假设当前 \mathbf{S} 中的最小值为 $M[d,\rho]$, 则将其替换为 $M[d,\rho+1]$)。

第 4 步: 转至第 1 步, 直到 $\varepsilon=n_m$ 。

(2) 固定路径译码算法

固定路径译码算法是一种高效的译码算法, 其整个算法流程和扩展最小和译码算法一致。不同的地方在于具体的校验节点更新规则。以校验节点的行重值 $d_c=4$ 为例(即每个校验节点接收到 4 个输入信息向量), 固定路径译码算法校验节点更新规则介绍如下:

对于每个校验节点 $CN_i(0 \leq i < m)$, 利用与之相连的变量节点传递的 4 个置信度向量 $V2C_{j \rightarrow i} = (\mathbf{R}s_{j \rightarrow i}, \mathbf{R}_{j \rightarrow i})$ ($j \in N_i$), 计算长为 $8+2n_m$ 的固定路径偏差值向量 $\mathbf{E}_i = (\mathbf{R}s_i, \mathbf{R}_i)$, 其中 $\mathbf{R}s_i$ 是长度为 $8+2n_m$ 的有限域元素向量(向量中可能存在重复的有限域元素), \mathbf{R}_i 是对应的 LLR 向量。

每次计算时, 将 4 个置信度向量 $V2C_{j \rightarrow i}$ 按照其第二个元素 $V2C_{j \rightarrow i}[1] \neq \mathbf{R}s_{j \rightarrow i}[1], \mathbf{R}_{j \rightarrow i}[1]$ (索引下标为 1) 的 LLR 值 $R_{j \rightarrow i}[1]$ 从小到大排序, 排序后的 4 个新向量定义为 $(\mathbf{R}s_{i,l}, \mathbf{R}_{i,l})$, $0 \leq l < 4$, 即 $R_{0,i}[1] \neq \mathbf{R}_i[1], \mathbf{R}_{i,2}, \mathbf{R}_{i,3}, \mathbf{R}_{i,4}$ 。其中, $\mathbf{R}s_{i,l}$ 为排序后的 n_m 长度的有限域元素向量, $\mathbf{R}_{i,l}$ 是对应的 LLR 向量。根据 4 个新向量 $(\mathbf{R}s_{i,l}, \mathbf{R}_{i,l})$ 计算固定路径偏差值向量 $\mathbf{E}_i = (\mathbf{R}s_i, \mathbf{R}_i)$, 各元素 $R_s[e]$ 及其 LLR 值 $R_l[e]$ 计算公式为

$$Rs_i[e] = \begin{cases} \sum_{0 \leq t < 4} Rs_{t,i}[0], & e = 0 \\ Rs_{e-1,i}[1] \oplus \sum_{0 \leq t < 4, t \neq e-1} Rs_{t,i}[0], & 1 \leq e \leq 4 \\ Rs_{0,i}[1] \oplus Rs_{e-4,i}[1] \oplus \sum_{1 \leq t < 4, t \neq e-4} Rs_{t,i}[0], & 5 \leq e \leq 7 \\ Rs_{0,i}[0] \oplus Rs_{1,i}[1] \oplus Rs_{2,i}[1] \oplus Rs_{3,i}[0], & e = 8 \\ Rs_{0,i}[0] \oplus Rs_{1,i}[1] \oplus Rs_{2,i}[0] \oplus Rs_{3,i}[1], & e = 9 \\ Rs_{e-10,i}[2] \oplus \sum_{0 \leq t < 4, t \neq e-10} Rs_{t,i}[0], & 10 \leq e < 14 \\ Rs_{\theta,i}[e-11] \oplus \sum_{0 \leq t < 4, t \neq \theta} Rs_{t,i}[0], & 14 \leq e < 11+n_m \\ Rs_{\beta,i}[e-8-n_m] \oplus \sum_{0 \leq t < 4, t \neq \beta} Rs_{t,i}[0], & 11+n_m \leq e < 8+2n_m \end{cases}$$

$$R_i[e] = \begin{cases} 0, & e = 0 \\ R_{e-1,i}[1], & 1 \leq e \leq 4 \\ R_{0,i}[1] + R_{e-4,i}[1], & 5 \leq e \leq 7 \\ R_{1,i}[1] + R_{e-6,i}[1], & 8 \leq e \leq 9 \\ R_{e-10,i}[2], & 10 \leq e \leq 14 \\ R_{\theta,i}[e-11], & 14 \leq e < 11+n_m \\ R_{\beta,i}[e-8-n_m], & 11+n_m \leq e < 8+2n_m \end{cases}$$

其中， θ 和 β 分别表示全部 $(\mathbf{R}_{s_{i,i}}, \mathbf{R}_{i,i})$ 向量第 $\lfloor n_m/2 \rfloor + 1$ 个 LLR 值（索引下标为 $\lfloor n_m/2 \rfloor$ ）的最小值和次小值所对应的 $(\mathbf{R}_{s_{i,i}}, \mathbf{R}_{i,i})$ 向量下标 l ，加和运算和 \oplus 为有限域加法运算。

设定两个长为 $8+2n_m$ 的标志向量 \mathbf{T} 和 $\bar{\mathbf{T}}$ 并将其初始化为全 1 向量。对于 $0 \leq k_R < 8+2n_m$ ，标志向量 \mathbf{T} 和 $\bar{\mathbf{T}}$ 的更新公式为：

$$T[k_R] = \begin{cases} 1, R_i[k_R] \leq R_{\theta,i}[\lfloor n_m/2 \rfloor] \\ 0, R_i[k_R] > R_{\theta,i}[\lfloor n_m/2 \rfloor] \end{cases}$$

$$\bar{T}[k_R] = \begin{cases} 1, R_i[k_R] \leq R_{\beta,i}[\lfloor n_m/2 \rfloor] \\ 0, R_i[k_R] > R_{\beta,i}[\lfloor n_m/2 \rfloor] \end{cases}$$

根据固定路径偏差和标志向量更新 4 个长度为 n_m 的输出置信度向量 $(\mathbf{U}_{s_{i,i}}, \mathbf{U}_{i,i})$ ，计算公式为：

$$\mathbf{U}_{S_{i,l}} = (R_{S_i}[w] \oplus R_{S_{i,l}}[0])_{n_m}$$

$$\mathbf{U}_{i,l} = (R_i[w])_{n_m}$$

其中， $0 \leq l < 4$ ； w 的取值范围由不同的情况决定，对于 $l=0$ 的情况，如果 $\theta \neq 0$ ， w 的取值范围为：

$$\{w | T[w]=1\} \cap \{w=0\} \cup \{1 < w \leq 4\} \cup \{8 \leq w < 10\} \cup \{10 < w < 11+n_m\}$$

否则， w 的取值范围为：

$$\{w | T[w]=1\} \cap \{w=0\} \cup \{1 < w \leq 4\} \cup \{8 \leq w < 10\} \cup \{10 < w < 14\} \cup \{w \geq 11+n_m\}$$

对于 $1 \leq l < 4$ 的情况，如果 $l=\theta$ 时， w 的取值范围为

$$\{w | \bar{T}[w]=1\} \cap \{0 \leq w \leq 7\} \cup \{10 \leq w < 14\} \cup \{w \geq 11+n_m\} \cap \{w \neq l+1\} \cap \{w \neq 4+l\} \cap \{w \neq 10+l\}$$

否则 w 的取值范围为：

$$\{w | T[w]=1\} \cap \{0 \leq w \leq 7\} \cup \{10 \leq w < 11+n_m\} \cap \{w \neq l+1\} \cap \{w \neq 4+l\} \cap \{w \neq 10+l\}$$

$U_{S_{i,l}}[z]$ ($0 \leq z < n_m$) 对应于 w 的前 n_m 个最小值计算得到的 $R_{S_i}[w] \oplus R_{S_{i,l}}[0]$ ，

且不需要排除 $U_{S_{i,l}}[z]$ 中相同的元素， $U_{i,l}[z]$ 是 $U_{S_{i,l}}[z]$ 对应的 LLR 值。

计算得到的 4 个向量 $(\mathbf{U}_{S_{i,l}}, \mathbf{U}_{i,l})$ 的排列顺序与 4 个排序后的输入向量 $(\mathbf{R}_{S_{i,l}}, \mathbf{R}_{i,l})$ 一一对应，同时每一个输入向量 $(\mathbf{R}_{S_{i,l}}, \mathbf{R}_{i,l})$ 对应一个 $C2V_{i \rightarrow j}$ 向量和一个 $V2C_{j \rightarrow i}$ 向量。根据由置信度向量 $V2C_{j \rightarrow i}$ 计算 $(\mathbf{R}_{S_{i,l}}, \mathbf{R}_{i,l})$ 的相同方法，利用计算得到的 4 个向量 $(\mathbf{U}_{S_{i,l}}, \mathbf{U}_{i,l})$ ，更新输出置信度向量 $C2V_{i \rightarrow j} = (\mathbf{U}_{S_{i,l}}, \mathbf{U}_{i,l})$ ，($j_l \in N_i$)。