

Kermack-Mckendrick方程式の拡張 — 隠れ感染者隔離の効果 —

一色 浩 (有)数理解析研究所代表

2020.05.23(土)、第3回SAPTオンラインサロン

1. 初めに

感染抑制の手段として、人の接触を人為的にコントロールする方法がある。感染率 $\beta=0$ とするのがロックダウン(都市封鎖)である。

日本では4月7日に緊急事態宣言が発令されて、人の接触を大きく制限(目標:80%の接触削減)することになった。これは厚生労働省の新型コロナウイルス感染症(COVID-19)に関するクラスター対策班のメンバーの西浦博北大教授が安倍総理に進言して実現した。

西浦教授の計算では、80%削減を感染が終息するまで続けることになっているようだが、この前提は現状を反映していない。現実的にはひと月かふた月などの有限期間を制限して、そのあとは制限を外すか大幅に緩和することになるろう。

一方、台湾、韓国、シンガポール等の国では、感染者徹底隔離という方策を取った。台湾は水際で新型コロナウイルスの撃退に成功した。韓国、シンガポールでは大規模な検査を実施して、感染者をあぶり出し隔離することにより、急激に感染蔓延を止めた。

今回は感染者徹底隔離方策の効果と問題点を、小田垣のSIQR感染方程式のシミュレーションを通して論じる。

我々の研究の目的は、政府や専門家を批判するものではなくて、建設的なコメントを行って、国難を共に解決すべく側面から支援することである。

2. Kermack-Mckendrick方程式の拡張

ベースとなるKermack-Mckendrick方程式:

| | | |
|---|----------------------------------|-------------|
| $N = S + I + R \quad (1)$ | N : Population | 人口 |
| $\frac{dS}{dt} = -\beta SI \quad (2)$ | $S(t)$: Susceptible | 感受性人口 |
| $\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I \quad (3)$ | $I(t)$: Infected | 現感染者数 |
| $\frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (4)$ | $R(t)$: Recovered and dead | 退出者(回復+死者数) |
| | β : Infection rate | 感染率 |
| | γ : Removal rate | 退出率 |
| | $d(I + R)/dt$: Newly infected | 新規感染者数 |
| | $I + R$: Infected (accumulated) | 累積感染者数 |

(2)+(3)+(4) 式より $\frac{d(S + I + R)}{dt} = 0$ (3) 式より感染しきい値 $\rho_0(t) = \frac{\beta S(t)}{\gamma}$

(3)+(4) 式より $\frac{d(I + R)}{dt} = \beta SI \quad (5)$ 基本再生産数 $R_0 = \rho_0(0) = \frac{\beta S(0)}{\gamma}$

K-M (Kermack-Mckendrick) 方程式

K-M方程式は、1927年にKermackとMckendrickにより発表された古い論文であるが、感染症の基本的な現象を広く包含した、感染問題の本質を突いた極めて優れた数理理論である。ただし、難解な理論であり、その全貌は十分に理解されていないようである。

さらに、通常使われるK-M方程式には

- ・感染から発症までの時間遅れ、
- ・隠れ感染者の存在、

が含まれていない。

新型コロナ感染症は、2020年2月に「指定感染症」になったので、検査で陽性になった者は全て隔離される。未検査の感染者「隠れ感染者」が感染に関与することになる。

感染症モデルは、感染症だけでなく、体内ウィルスダイナミックス、コンピューターウィルスなどと、広く関連する。

1. W. O. Kermack and A. G. McKendrick,
A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics,
1927, Proceedings of the Royal Society A.
<https://doi.org/10.1098/rspa.1927.0118>
2. 稲葉寿、伝染病流行の数理モデル、東大海洋研シンポジウム
2000年12月7-8日「個体群管理の最前線」08
https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~inaba/inaba2000_kaiyouken.pdf
3. 稲葉寿、ケルマック-マッケンドリック伝染病モデルの再検討、2002
https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~inaba/inaba2002_KMmodel.pdf
4. 西浦博、稲葉寿、感染症流行の予測: 感染症数理モデルにおける 定量的
課題、統計数理(2006) 第 54 巻 第 2 号 461-480
<https://www.ism.ac.jp/editsec/toukei/pdf/54-2-461.pdf>
- 必読** 5. 稲葉寿、微分方程式と感染症数理疫学、数理科学 NO. 538, APRIL 2008
https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~inaba/inaba_science_2008.pdf
6. 岩見 真吾、計算ウイルス学・免疫学の展開①、②、2011
http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~ryo/Lectures/Iwami/Note_1.pdf
http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~ryo/Lectures/Iwami/Note_2.pdf
7. ウィキペディア (Wikipedia)、SIRモデル
<https://ja.wikipedia.org/wiki/SIR%E3%83%A2%E3%83%87%E3%83%AB>

時間遅れ(潜伏期の)の導入

時間遅れ τ を導入する。

$$N = S(t) + I(t) + R(t) \quad (1)$$

N : Population

人口

$S(t)$: Susceptible

感受性人口

$I(t)$: Infected

現感染者数

$R(t)$: Recovered and dead

退出者(回復+死者数)

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t-\tau)I(t-\tau) - \nu S(t) \quad (2)$$

β : Infection rate

感染率

γ : Removal rate

退出率

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t-\tau)I(t-\tau) - \gamma I(t) \quad (3)$$

$d(I+R)/dt$: Newly infected

新規感染者数

$I+R$: Infected (accumulated)

累積感染者数

$$\frac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t) + \nu S(t) \quad (4)$$

τ : Time delay

時間遅れ

ワクチンの導入

5. 稲葉寿、微分方程式と感染症数理疫学、数理科学 NO. 538, APRIL 2008
https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~inaba/inaba_science_2008.pdf

以下の式では、稲葉と異なって未感染者にワクチン接種する。

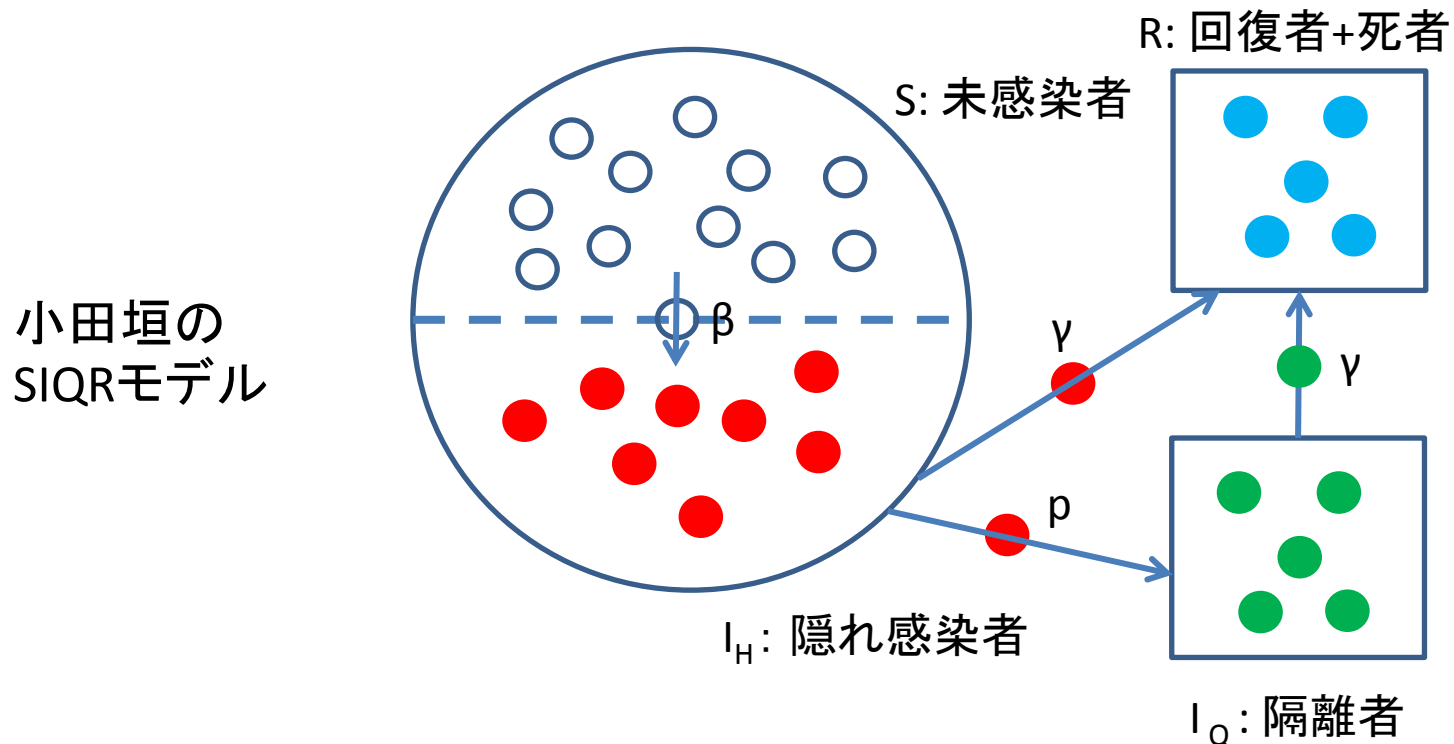
| | | |
|--|----------------------------------|-------------|
| $N = S + I + R \quad (1)$ | N : Population | 人口 |
| $\frac{dS}{dt} = -\beta SI - \boxed{vS} \quad (2)$ | $S(t)$: Susceptible | 感受性人口 |
| $\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I \quad (3)$ | $I(t)$: Infected | 現感染者数 |
| $\frac{dR}{dt} = \gamma I + \boxed{vS} \quad (4)$ | $R(t)$: Recovered and dead | 退出者(回復+死者数) |
| | β : Infection rate | 感染率 |
| | γ : Removal rate | 退出率 |
| | $d(I + R)/dt$: Newly infected | 新規感染者数 |
| | $I + R$: Infected (accumulated) | 累積感染者数 |
| | v : Vaccination rate | ワクチン接種率 |

隠れ感染者の導入(小田垣のSIQR方程式)

小田垣 孝、新型コロナウイルスの蔓延に関する一考察、物性研究電子版Vol. 8, No. 2 (2020・05), pp. 1-10.

<http://mercury.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~bussei.kenkyu/wp/wp-content/uploads/2020-082101v3.pdf>

現在の法律では感染者は全て隔離されるので、感染に関与しないはずである。一方、感染していても発症しないので野放しになっている隠れ感染者がいる。



$$N = S + I_H + I_Q + R \quad (1)$$

N : Population

人口

$$\frac{dS}{dt} = -\beta S I_H \quad (2)$$

$S(t)$: Susceptible

感受性人口

$$\frac{dI_H}{dt} = (1-q)\beta S I_H - p I_H - \gamma I_H \quad (3)$$

$I_H(t)$: Hidden Infected

現隠れ感染者数

$I_Q(t)$: Quarantined Infected

現隔離感染者数

$R(t)$: Recovered and dead

退出者(回復+死者数)

$$\frac{dI_Q}{dt} = q\beta S I_H + p I_H - \gamma I_Q \quad (4)$$

β : Infection rate

感染率

γ : Removal rate

退出率

$d(I + R)/dt$: Newly infected

新規感染者数

$I + R$: Infected (accumulated)

累積感染者数

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I_H + \gamma I_Q \quad (5)$$

p : Quarantined directly from S

Sから直接隔離

q : Quarantined by test

Sから検査陽性隔離

この場合の感染しきい値 ρ_0

式(3)を書き直すと

$$\frac{dI_H}{dt} = (p + \gamma) \left(\frac{(1-q)\beta S}{p + \gamma} - 1 \right) I_H$$

$\rho_0 = (1-q)\beta S / (p + \gamma)$ であるので、 $\rho_0 > 1$ の時に感染拡大、 $\rho_0 < 1$ の時に縮小する。感染しきい値 ρ_0 の減少は感染係数 β が小さくなる、あるいは感受性人口 S が少なくなることにより起きる。

当然ながら、 I_H を隔離により直接減らしても感染は縮小する。

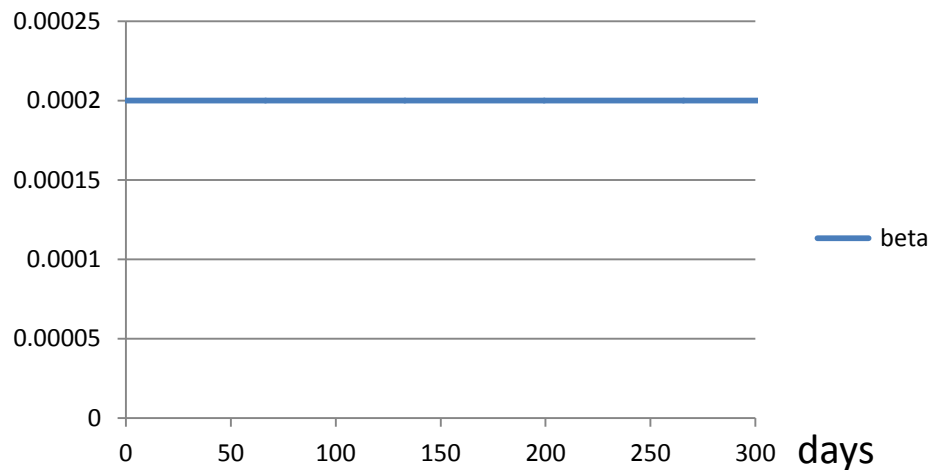
3. 小田垣理論(隠れ感染者を導入したK-M方程式)による計算

計算条件:

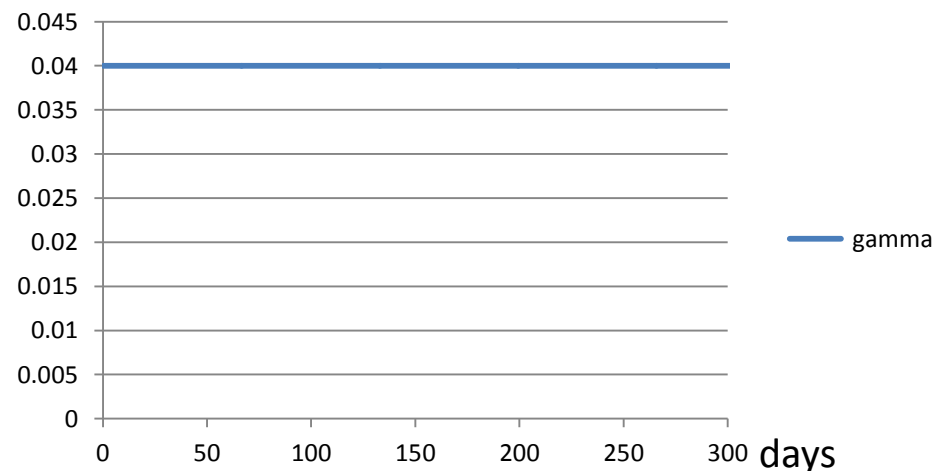
$N=1000$, $\beta=0.0002$, $\gamma=0.04$, $p=0, 0.01, 0.05, 0.1, 0.2$, $q=0.1$
 $S(0)=997$, $I_H(0)=3$, $I_Q(0)=0$, $R(0)=0$, $T=500$, $T_{chgS}=20$, $T_{chgE}=60$,
 $Rdc=0.8$, $dt=0.1$

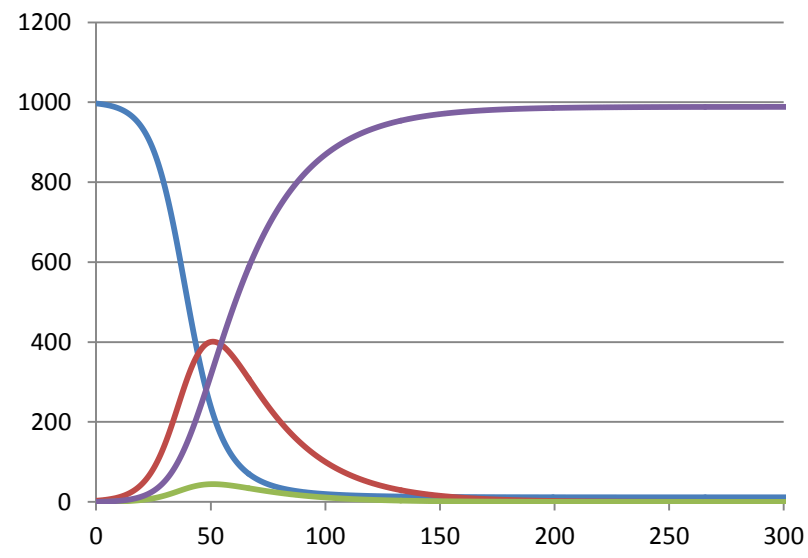
(1) 徹底隔離のみ

beta



gamma

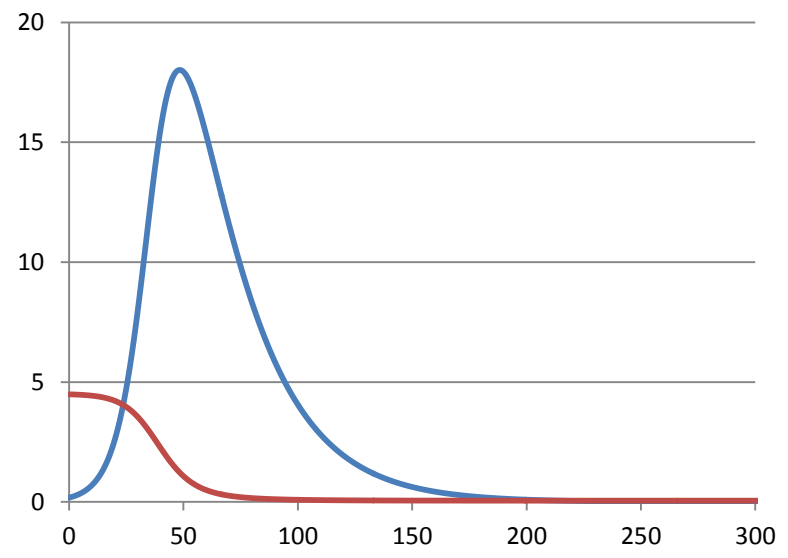




S
IH
IQ
R

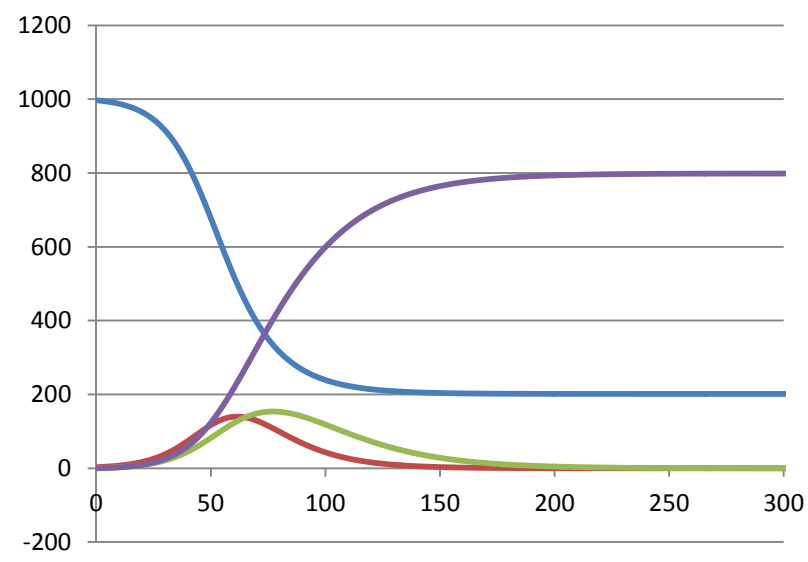
days

(a) $p = 0$



Inew
rho0

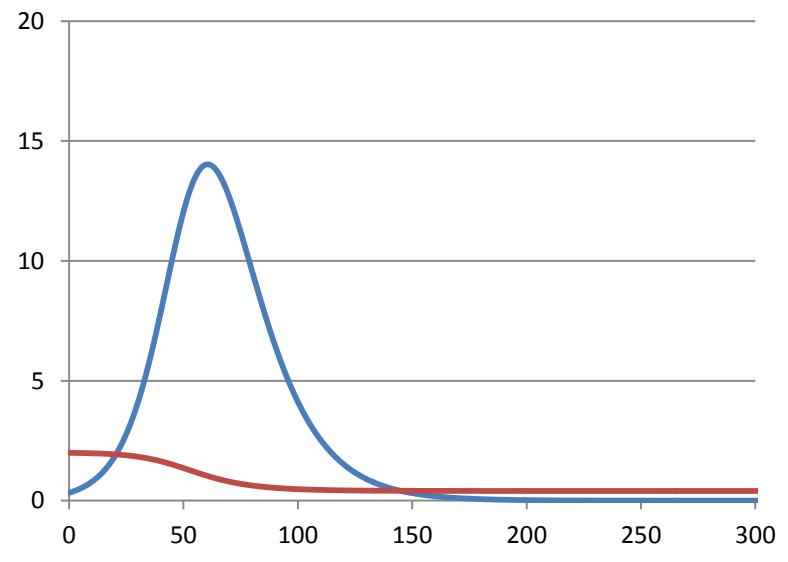
days



S
IH
IQ
R

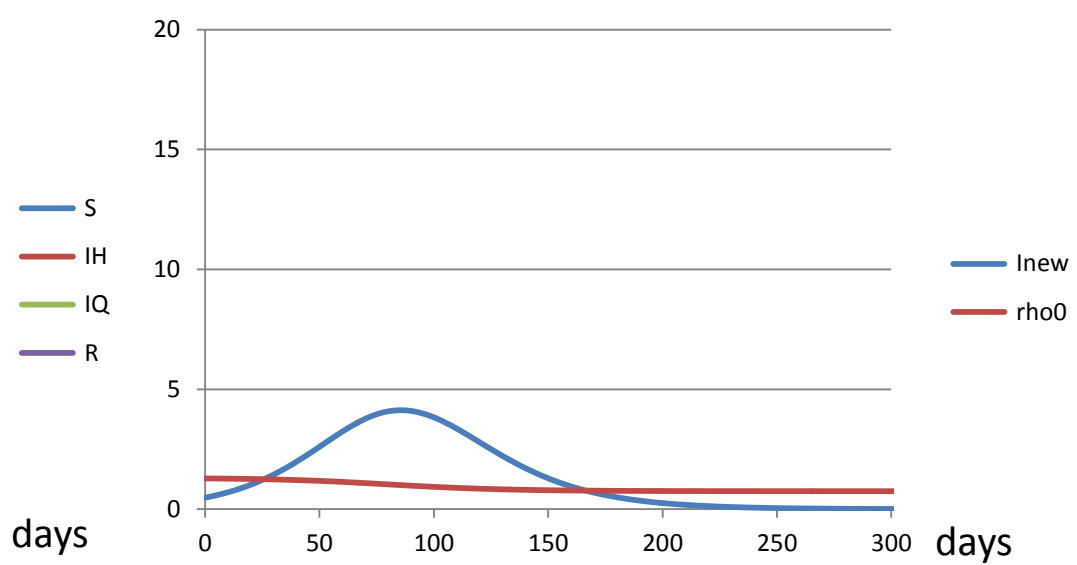
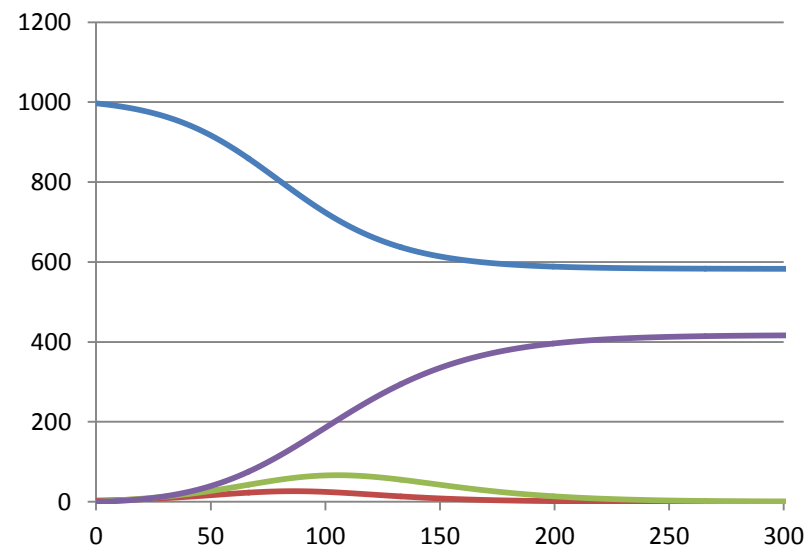
days

(b) $p = 0.05$

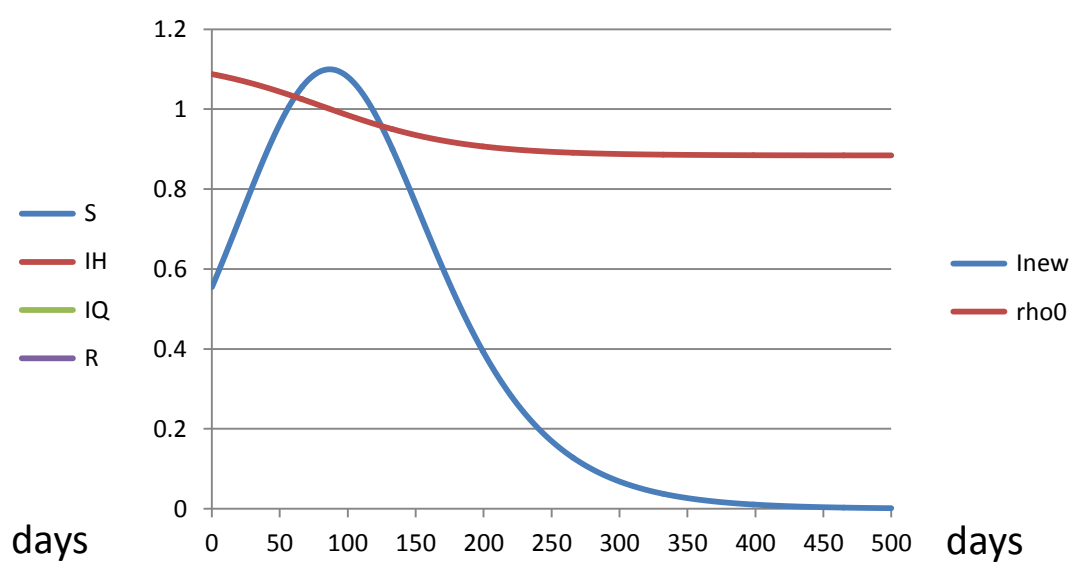
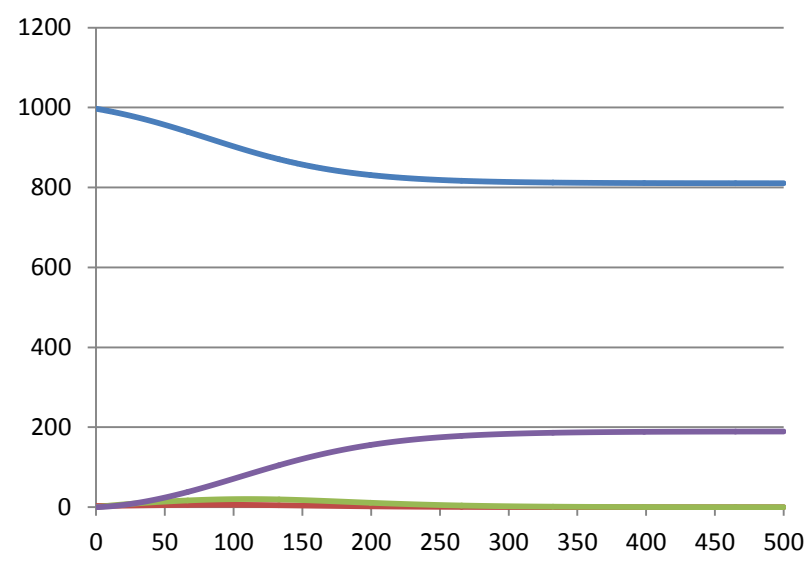


Inew
rho0

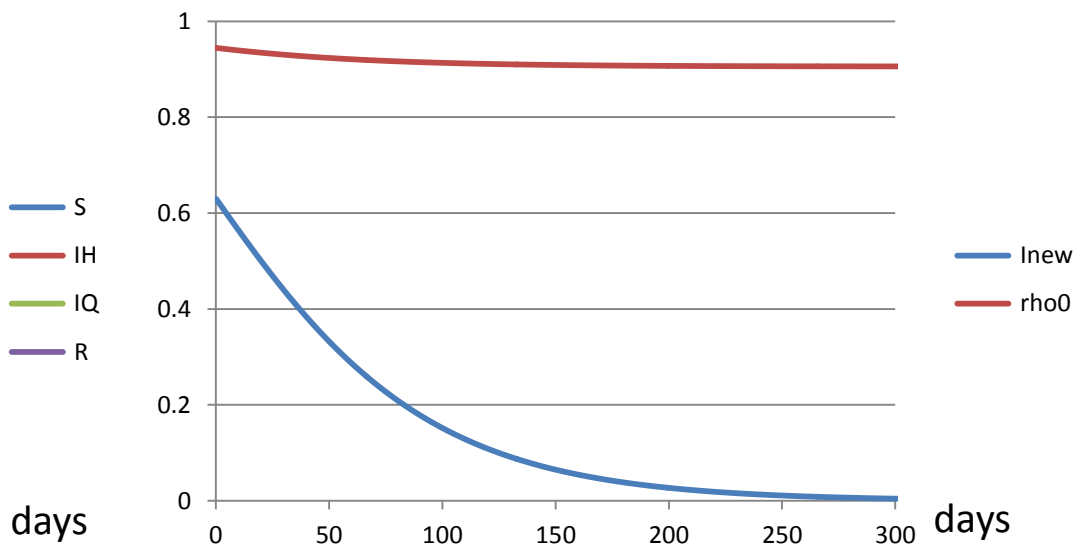
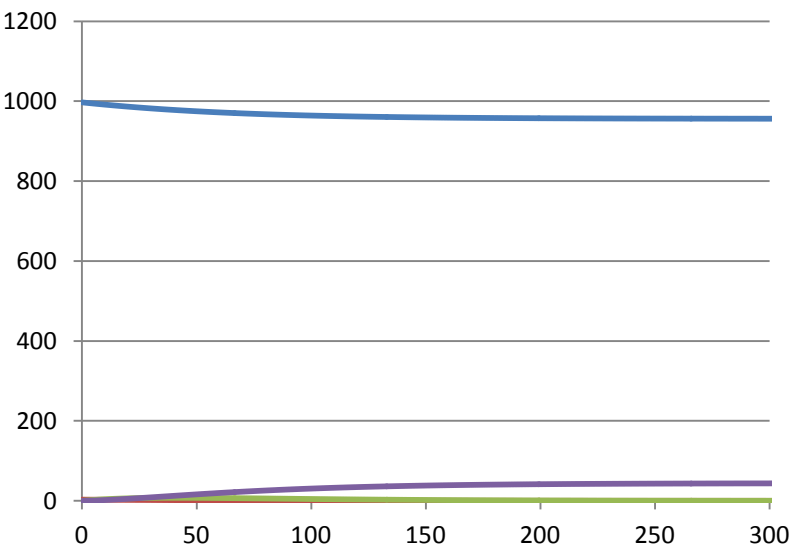
days



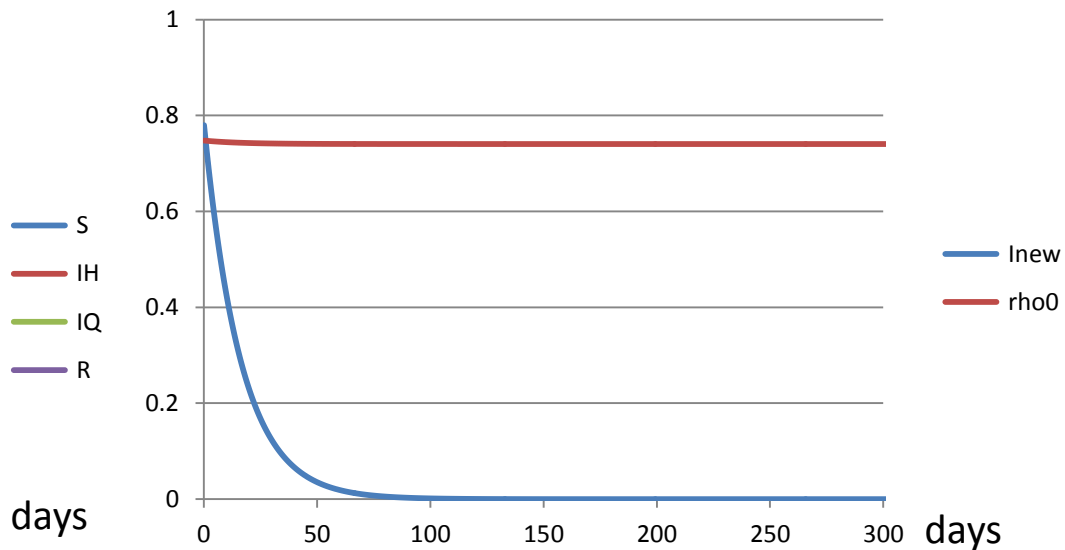
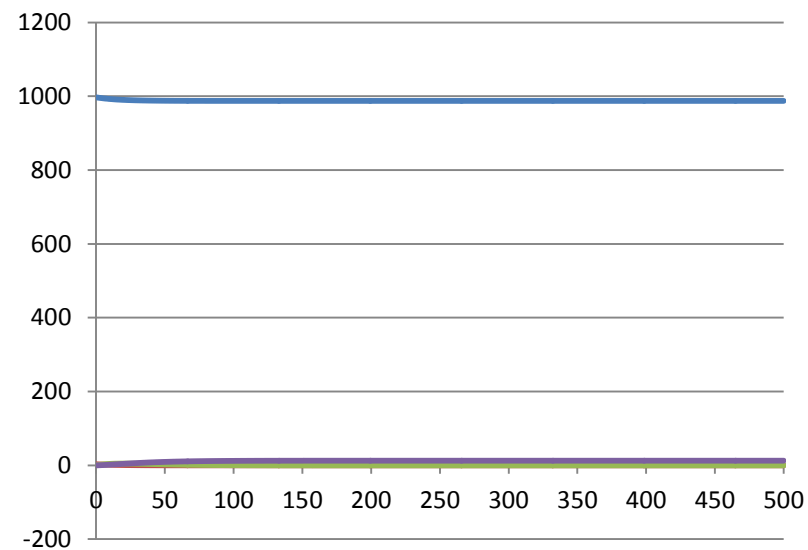
(c) $p = 0.1$



(d) $p = 0.125$



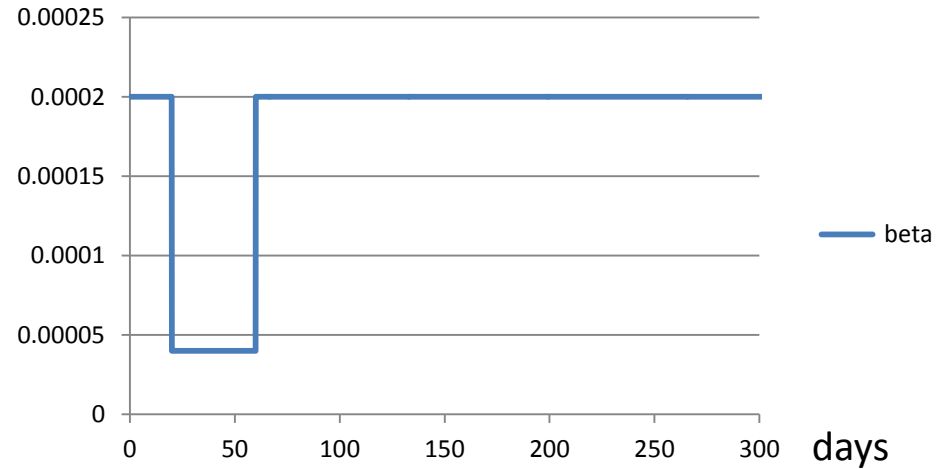
(e) $p = 0.15$



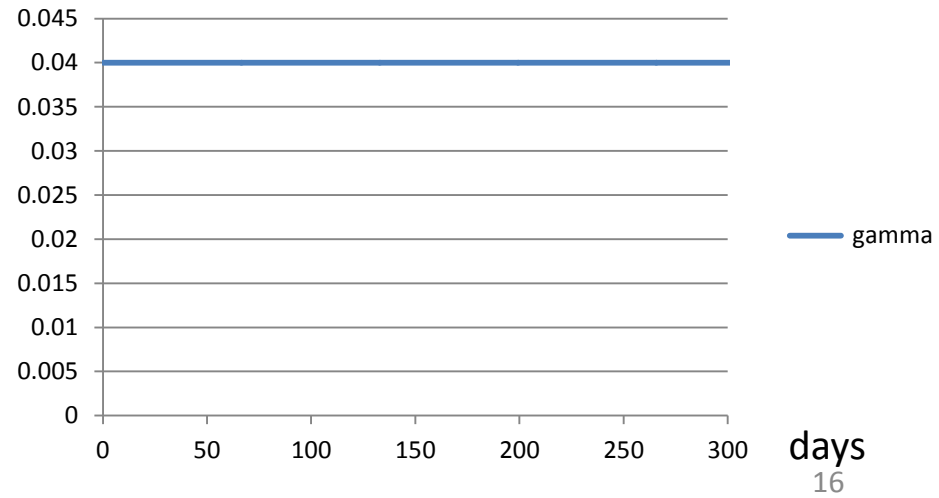
(f) $p = 0.2$

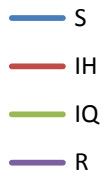
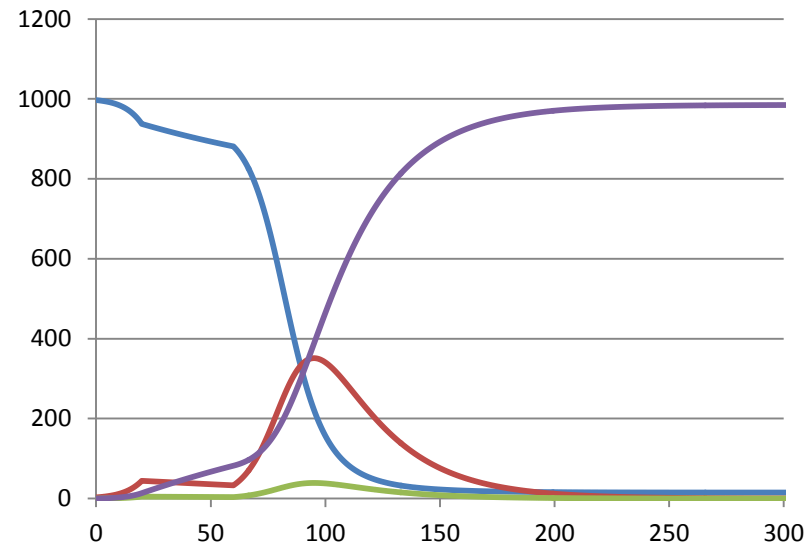
(2) 徹底隔離+接觸削減

beta

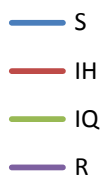
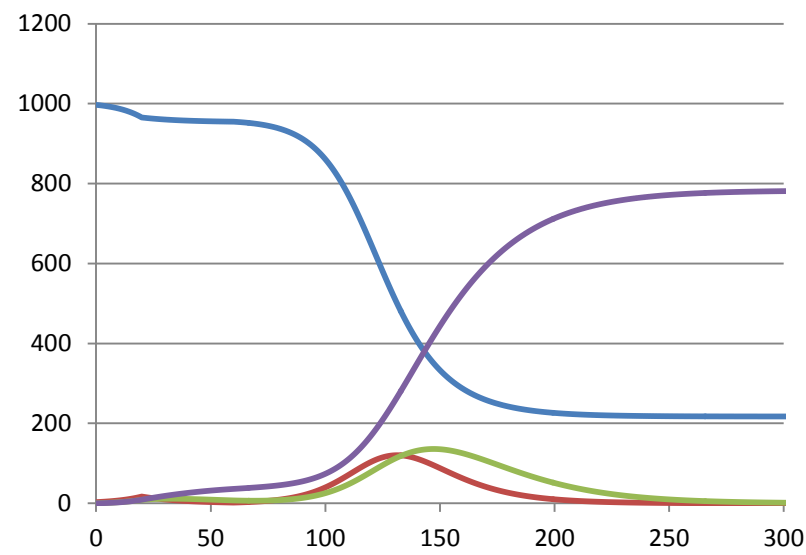
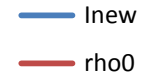
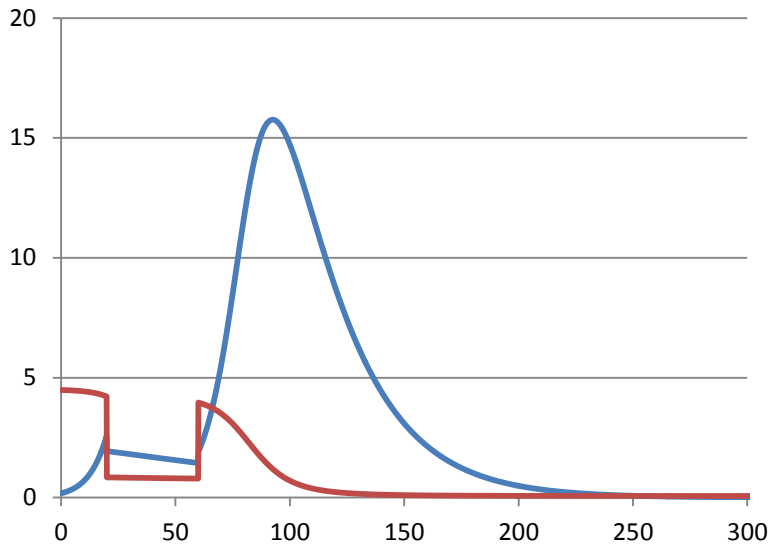


gamma

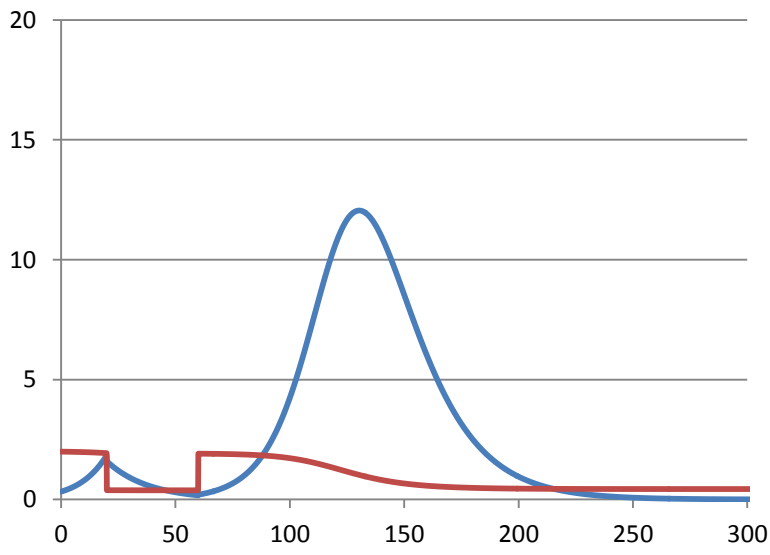


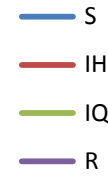
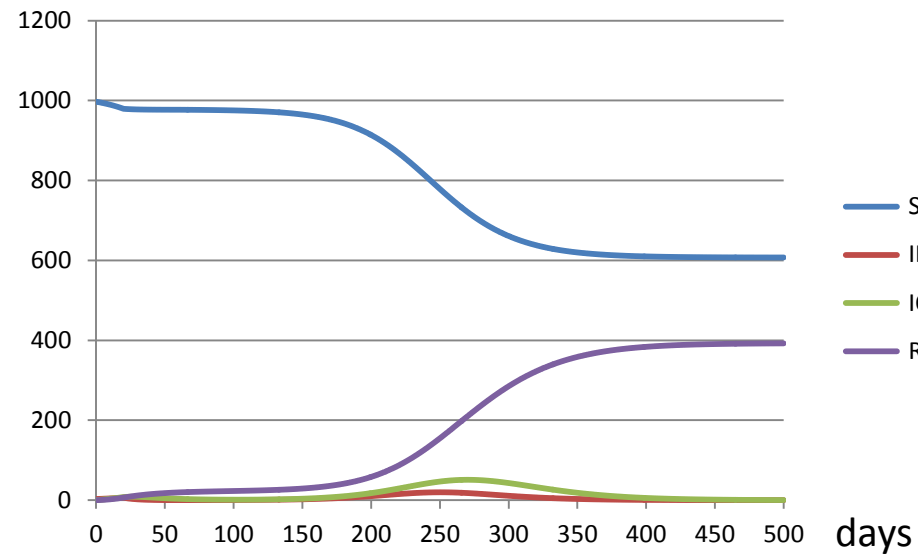


(a) $p = 0.0$

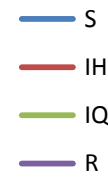
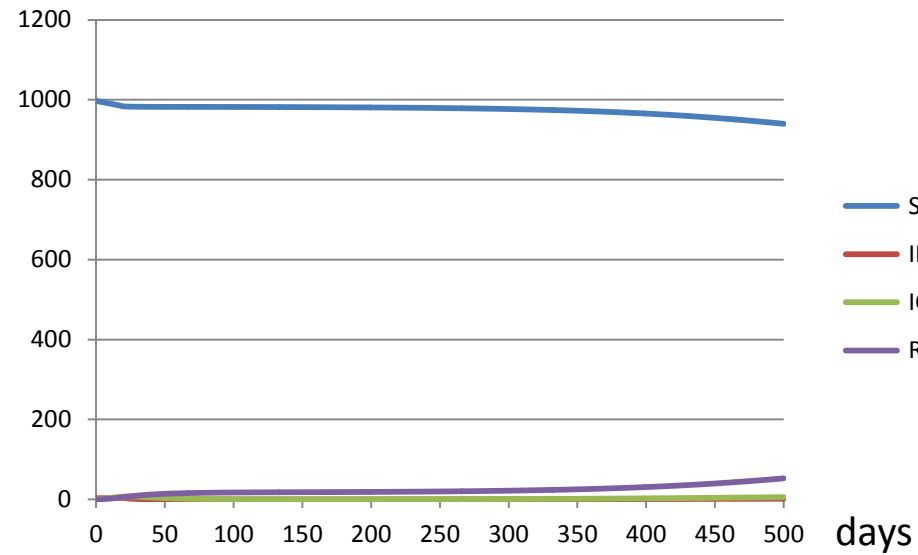
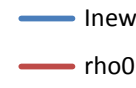
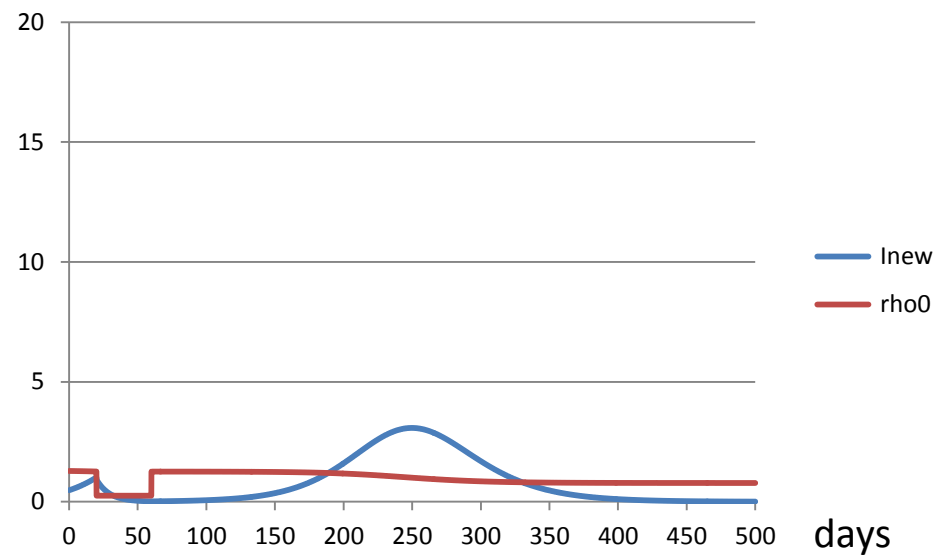


(b) $p = 0.05$

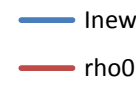
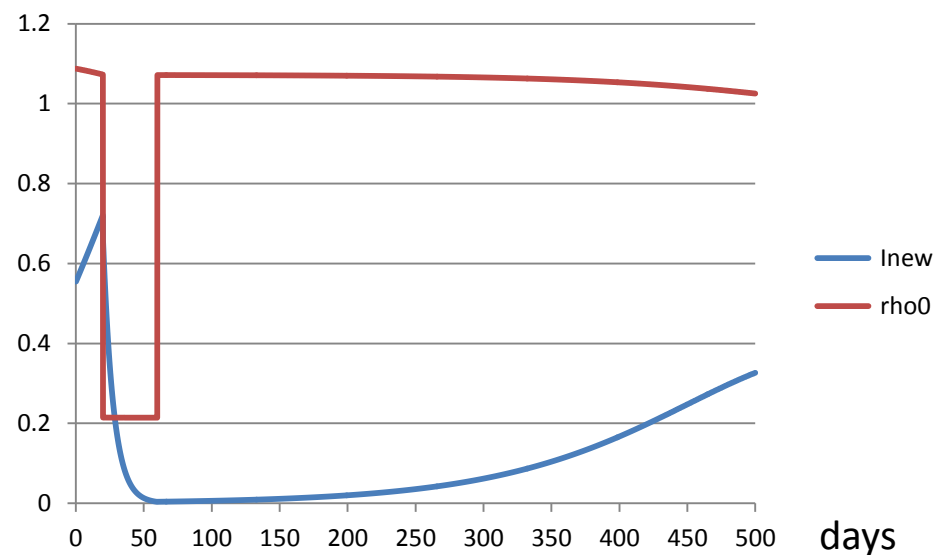


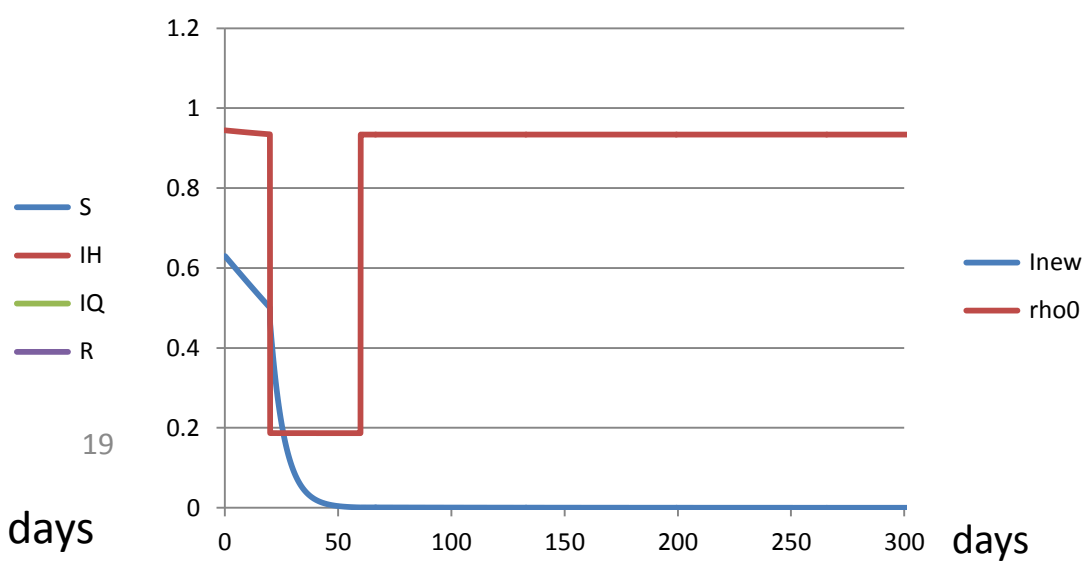
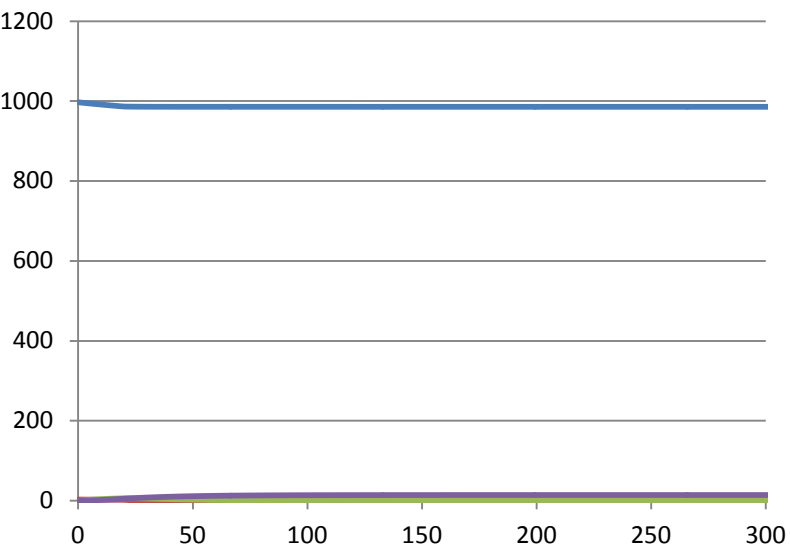


(c) $p = 0.10$

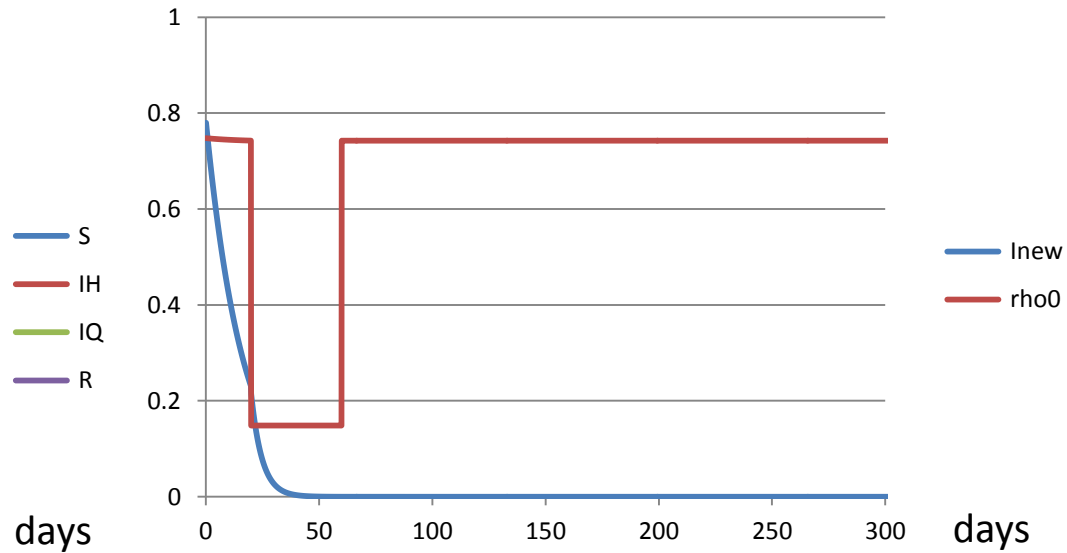
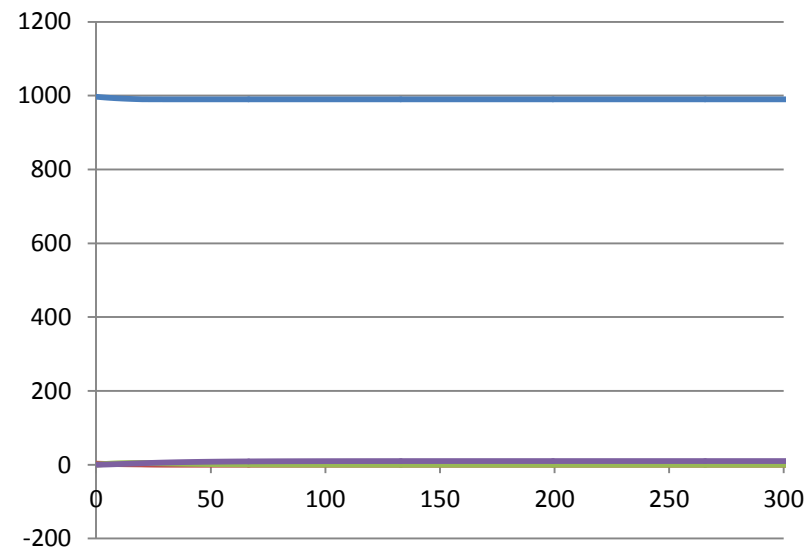


(d) $p = 0.125$





(e) $p = 0.15$



(f) $p = 0.2$

4.大量検査による感染者徹底隔離の効果と問題点

経済性の比較

80%接触削減:

日本の国民総生産=500兆円の落ち込み

その他(生活保障費、休業補償費など)

日本全体:500兆円×5%=25兆円

徹底隔離:

隔離対象者数×(宿泊費+医療費)／人／日×14日

=15000×10×10人×3万円／人／日×14日=6,300億円

↑ ↑ ↑
累積感染 隠れ 偽陽性
者数

徹底隔離の実施法：

発熱などによる絞込みによる偽陽性の削減
抗原検査等の真陽性の高い検査法の採用

徹底隔離の時期：

医療崩壊が起こるまでの日数を逆算して、検査実施日決定

第2、第3波対策：

携帯電話などによる接触追跡システムの導入
徹底したクラスター潰し

5. 最後に

- Kermack-Mckendrick感染方程式の、時間遅れ(潜伏期)、ワクチンの効果、隠れ感染者などを導入する際に必要となる感染方程式の拡張方法を論じた。

- 2020年2月より、新型コロナウイルス感染症は「指定感染症」に指定された。すなわち、検査で陽性になった者は全て隔離される。したがって、感染に寄与しない。

感染に関与するのは市中に隠れている感染者である。

- ・感染は隠れ感染者により起こる。これらのことを明確にできるようにK-M理論を拡張したのが小田垣のISQR理論である。
- ・韓国などで成功した大量検査による感染者徹底隔離による感染源封じ込め対策について、小田垣によるSIQR感染理論のシミュレーションを行って、その効果と問題点を議論した。
- ・感染者徹底隔離は感染者0を目指すので、未感染者が多い感染しきい値が1より大きな状態で終息するため、第2波が出やすいであろう。

- ・一方、接触削減法は感染しきい値が1より小さい状態で終息するため、第2波が出にくいであろう。

- ・第2波対策としては、クラスター潰しが有効と思われるが、そのためには「接触者追跡の速度と信頼性を高めることが可能と考えられる携帯電話を利用する方法」の導入が急がれよう。治療薬、ワクチン開発の重要性は言うまでもない。

- ・接触削減法と徹底隔離法の経済的な比較と、徹底隔離法の実施時期、実施法、第2波、3波への対策などを提言した。