

GNSS の衛星配置に基づいたプロセスノイズ設定に関する考察

A Study on Novel Process Noise Model Based on Satellite Geometry for GNSS Positioning

高山 洋史^{†,‡}, 浦久保 孝光[‡]

† 古野電気株式会社

‡ 神戸大学大学院システム情報学研究科

Yoji Takayama^{†,‡} and Takateru Urakubo[‡]

† FURUNO ELECTRIC CO., LTD.

‡ Graduate School of System Informatics, Kobe University

Abstract This paper presents experimental results of a Kalman filter for GNSS positioning with a novel process noise model that we have proposed based on satellite geometry. Although the process noise in Kalman filter is often bumped up by adding fictitious noise for the purpose of preventing filter divergence, it tends to cause the estimation-error covariance to inflate unnecessarily with poor satellite geometry. We apply the proposed model to actual GNSS measurement data, and show that the unnecessary inflation of covariance can be suppressed by the model.

1 はじめに

カルマンフィルタ [1] は、システムの状態推定を行うオンラインアルゴリズムである。カルマンフィルタ構築には、システムの動特性や観測、ノイズや初期値の統計的性質をモデルとして定義する必要があるが、一般に正確なモデルを得ることは困難で、何らかの近似モデルを用いることが多い。

近似によるモデル化誤差を原因として、カルマンフィルタが発散する場合がある。この発散を避けるため、プロセスノイズに架空の人為的なノイズを加えることが経験的に行われている [2]。しかしながら、得られる観測によっては、人為ノイズが不必要に推定誤差共分散行列を膨張させ、推定精度が劣化する可能性がある。我々は、観測に応じて動的に人為ノイズを与え、推定誤差共分散行列の膨張を抑える手法を提案している [3]。

本稿では、GNSS 単独測位のための拡張カルマンフィルタに提案法を適用した実験結果の一例を報告する。提案法の概要を簡単に紹介した後、実験結果について記述し、提案法の効果を確認する。

2 提案法の概要

次の線形確率システムを考える。

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi(k+1, k)\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k, \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k. \quad (2)$$

ここで $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ は状態ベクトル、 $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^m$ は観測ベクトル、 $\Phi(k+1, k) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は状態遷移行列、 $\mathbf{H}(k) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ は観測行列、 k は時間ステップである。また、プロセスノイズ $\mathbf{w}_k \in \mathbb{R}^n$ は平均 0、分散 \mathbf{Q}_k のガウス白色雑音、観測ノイズ $\mathbf{v}_k \in \mathbb{R}^m$ は平均 0、分散 \mathbf{R}_k のガウス白色雑音であり、互いに独立であるとする。

カルマンフィルタにおいては、観測更新時に推定誤差共分散行列は次式によって更新される。

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(k|k) &= \mathbf{P}(k|k-1) - \mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{P}(k|k-1) \\ &= [\mathbf{P}^{-1}(k|k-1) + \mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}]^{-1}. \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{P}(k|k)$ は事後推定誤差共分散行列、 $\mathbf{P}(k|k-1)$ は事前推定誤差共分散行列、 \mathbf{K} はカルマンゲインであり、 $\mathbf{P}(k|k)$ 、 $\mathbf{P}(k|k-1)$ を除く変数の添え字 k および (k) は省略している。上式より、観測更新時に $\mathbf{P}(k|k)$ がどの方向にどの程度小さくなるかは、観測の与える情報 $\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}$ によって決まると言える。

一方、モデル化誤差等に伴う発散を避けるために、 δq を架空の人為的なノイズとして、カルマンフィルタに用いるプロセスノイズの共分散行列を $\tilde{Q} = Q + \delta q$ と与える場合がある [2]。このとき、 δq によって膨張した $P(k|k-1)$ を (3) 式に従い小さくすることが推定精度を劣化させないために必要になるが、上述の通り、 $H^T R^{-1} H$ によっては、 $P(k|k)$ を小さくできない方向が存在する。この考えにもとづき、我々は、文献 [3] において、 δq を $H^T R^{-1} H$ に応じて設定する方法を提案している。文献 [3] では、線形時不変確率システムを対象に、推定誤差共分散行列 P の時間変化が対角成分のみで表現可能な場合を考えたが、現在、その拡張を進めている。拡張の詳細は別稿にて報告するが、その結果より、本稿では人為ノイズ δq を次式の形で与える場合を考える。

$$\delta q = \varepsilon S H^T R^{-1} H S^{-1}. \quad (4)$$

ここで、 S は $P(k|k-1)$ 、 $H^T R^{-1} H$ で定まる行列、 ε は正の定数である。

次節では、提案法を GNSS 測位の場合に適用する。 H はその時の衛星配置に依存する行列であり、衛星配置に偏りがある状況で提案法の効果を確認する。

3 拡張カルマンフィルタによる実験結果

擬似距離を使った拡張カルマンフィルタによる単独測位を考える。偏った衛星配置を想定し、プロセスノイズ設定の違いによる拡張カルマンフィルタの測位精度比較を行う。状態ベクトルを次式で定義する。

$$\mathbf{x}^T = (r^T, t_b, i_b, t_s^T). \quad (5)$$

r [m] は ECEF 座標系における位置ベクトル、 t_b [m] はクロックバイアス、 i_b [m/s] はクロックドリフト、 t_s [m] は衛星システム間バイアスである。ここでは、プロセスノイズの共分散行列 \tilde{Q} を、(1) $\tilde{Q} = Q$ 、(2) $\tilde{Q} = Q + \delta q I$ 、(3) $\tilde{Q} = Q + \varepsilon S H^T R^{-1} H S^T$ 、の 3 通りに設定し測位を行う。(1) は人為ノイズを加えない設定、(2) は等方的に人為ノイズを加える設定、(3) は観測に応じて人為ノイズを加える提案法による設定である。 Q は文献 [4] の値を用い、設定 (2) および (3) の定数パラメータは $\delta q = 0.01$ 、 $\varepsilon = 0.01$ とした。

ビルの屋上に設置されたアンテナを使って、オープンスカイ環境で GNSS 受信機が出力するデータを 1 時間程度収録した。このデータを拡張カルマンフィルタに入力し、(1)(2)(3) のプロセスノイズ設定に対する測位結果を生成する。都市部での衛星配置の偏りを模擬するため、仰角マスクを 50 度に設定し、50 度以上の衛星からの観測のみを使用する。収録したデータでは、50 度以上の衛星の数は 3 機または 4 機であった。ある時刻における衛星配置の例を図 1 に示す。図 1 中の青色の衛星からの観測、すなわち天頂方向からの擬似距離のみを用いるため、クロックバイアスの推定誤差と高度の推定誤差に強い相関が存在する。

この強い相関は、 $H^T R^{-1} H$ における小さな固有値の存在に対応し、等方的に人為ノイズを加える設定 (2) においては、推定誤差共分散行列 P が過度に膨張し精度劣化する [3]。そこで本実験ではクロックバイアスの推定誤差と高度の推定誤差について評価した。高度推定誤差の時系列プロットを図 2 に示す。高度推定誤差と類似した結果となるため、クロックバイアス推定誤差の図示は省略する。設定 (1) では、推定誤差共分散行列 P が過度に小さくなり、フィルタの発散に対応する状態となっている。設定 (2) では、 $\delta q I$ によって、 P が過小となることは避けられているが、衛星配置の偏りに伴い高度方向に対応する P の要素が過度に膨張し、推定誤差が大きくばらついている。設定 (3) では、提案法によって P は過小にも過大にもならず、推定誤差が小さく抑えられていることが確認できる。

4 まとめ

本稿では、我々が提案する観測が持つ情報にもとづくプロセスノイズ設定法を紹介し、GNSS 測位における提案法の効果を実験結果によって確認した。今後は、INS を用いた複合航法などにも提案法を適用し、その有効性および実用性を検証する予定である。

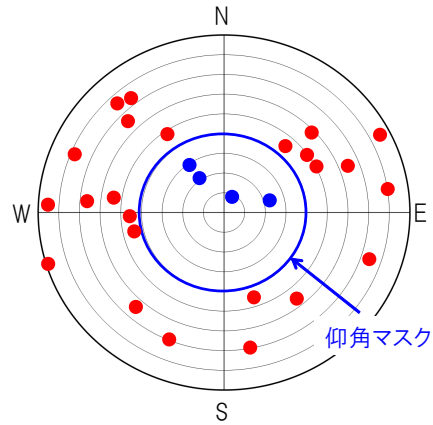


図1 ある時刻における衛星配置 (青色：測位使用衛星, 赤色：測位非使用衛星)

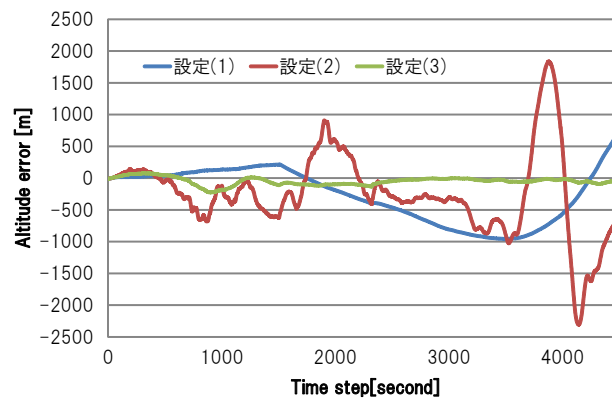


図2 高度推定誤差の時間履歴

参考文献

- [1] R. E. Kalman: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, Vol. 82, Issue 1, pp. 35–45, 1960.
- [2] A. H. Jazwinski: *Stochastic Processes and Filtering Theory*, Academic Press, N.Y., 1970.
- [3] Y. Takayama, T. Urakubo and H. Tamaki: Novel Process Noise Model for GNSS Kalman Filter Based on Sensitivity Analysis of Covariance with Poor Satellite Geometry, *Sensors*, Vol.21, No. 18, 2021.
- [4] J. J. Spilker Jr. et al.: *Global Positioning System: Theory and Applications, Volume I*, Amer Inst of Aeronautics, V.A., 1996.