

観測行列に基づくプロセスノイズの分散設定を用いた GNSS/INS 測位の精度評価

高山 洋史¹, 浦久保 孝光²

¹ 古野電気株式会社

² 神戸大学大学院

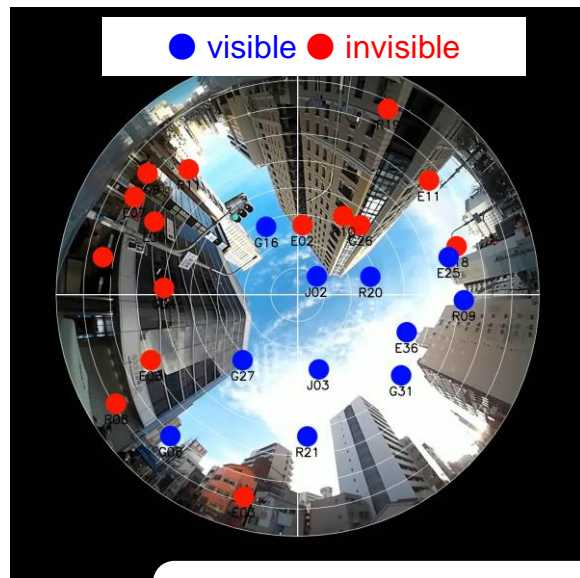
大阪公立大学 文化交流センター
2023年9月1日

1. 研究背景と概要
2. 観測行列に基づくプロセスノイズ設定法
3. 走行実験による測位精度評価
4. まとめ

◆ 衛星の見え方の2つの特徴

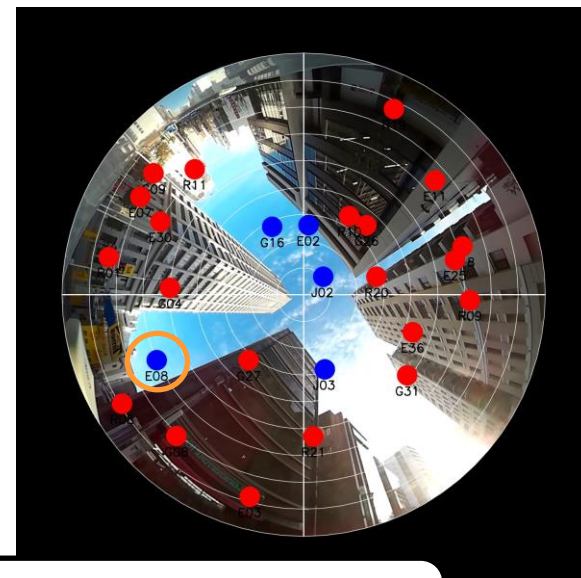
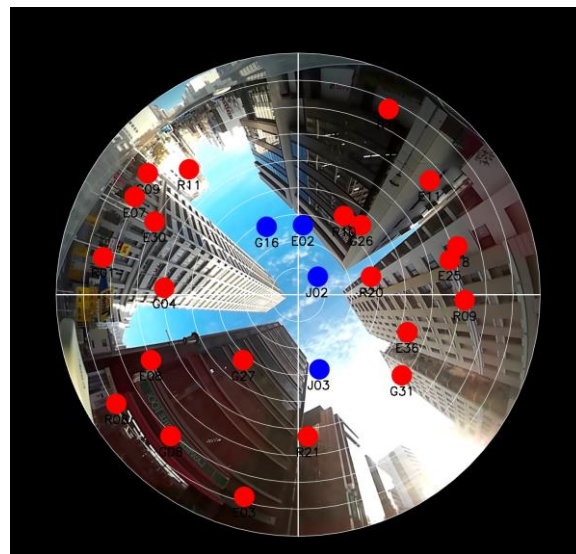
【衛星配置の偏り】

天頂方向の衛星が可視になる



【見え方の変化】

突然可視になる衛星がある



都市部での衛星の見え方が
拡張カルマンフィルタの推定に与える影響に着目

◆ 拡張カルマンフィルタに対する仮定

- ダイナミクスモデルはしばしば不正確
 - ◆ 正確なプロセスノイズの分散は未知
- 保守的なプロセスノイズの分散設定

$$Q_k + \delta Q_k \quad \begin{array}{l} Q_k: \text{ノミナルな設定値} \\ \delta Q_k: \text{人為ノイズによる設定値} \end{array}$$

◆ 研究内容※

- 安易な δQ_k の設定が引き起こす精度劣化
- 観測行列に基づく δQ_k の設定法の提案
- 簡易実験による効果の確認

□ Nonlinear system model

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= \mathbf{f}_k(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \end{aligned}$$

□ Time update

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k^- &= \mathbf{f}_{k-1}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+) \\ \mathbf{P}_k^- &= \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_k + \delta \mathbf{Q}_k \end{aligned}$$

□ Measurement update

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k^+ &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_k^-)) \\ \mathbf{P}_k^+ &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \\ \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \end{aligned}$$

※文献

Y. Takayama et al., "Adaptive Choice of Process Noise Covariance in Kalman Filter Using Measurement Matrices.", IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2022 (under review)

Y. Takayama et al., "GNSS/INS Positioning in Dense Urban Environment with Adaptive Choice of Process Noise Covariance Based on Satellite Geometry", ION GNSS+ 2023.

提案法の実用を想定した
走行実験による測位精度評価結果の報告

◆ Adaptive Kalman filter

□ Time update

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T + \hat{\mathbf{Q}}_k$$

$$\hat{\mathbf{Q}}_k = \mathbf{g}(\mathbf{y}_{k-N}, \dots, \mathbf{y}_{k-1})$$

C. Hide et al., "Adaptive Kalman filtering algorithms for integrating GPS and low cost INS," *PLANS 2004. Position Location and Navigation Symposium*, Monterey, CA, USA, 2004, pp. 227-233, doi: 10.1109/PLANS.2004.1308998.

観測行列 \mathbf{H}_k が退化すると $\hat{\mathbf{Q}}_k$ が一意に決まらない。

◆ Fading memory filter

□ Time update

$$\mathbf{P}_k^- = (1 + c) \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_k$$

c : Fading factor $c > 0$

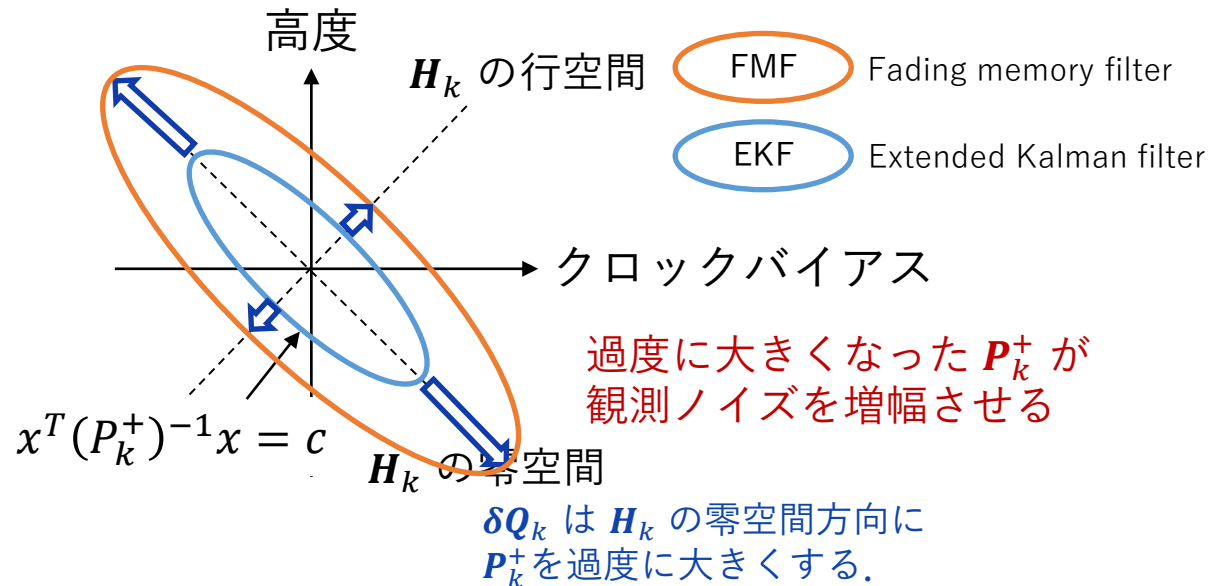
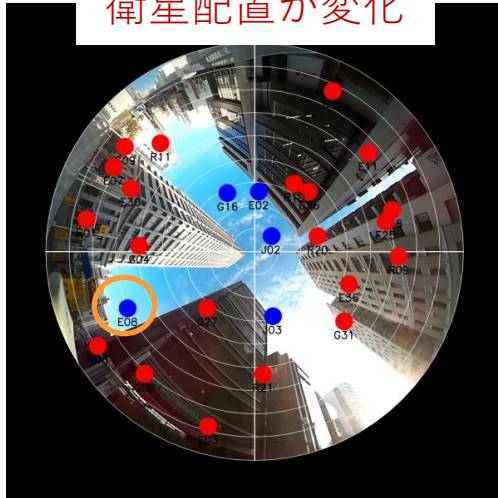
G. W. Gawrys et al., "Divergence and the fading memory filter," *1975 IEEE Conference on Decision and Control including the 14th Symposium on Adaptive Processes*, Houston, TX, USA, 1975, pp. 66-68, doi: 10.1109/CDC.1975.270650.

$\delta \mathbf{Q}_k = \alpha \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T$ とした EKF と等価である。
安易な $\delta \mathbf{Q}_k$ の設定が都市部で精度劣化を引き起こす。

◆ 想定する状況

衛星配置の偏りがしばらく継続した後に
クルマが動くことで新たに可視衛星が増える

衛星配置が変化



δQ_k の設定によっては可視衛星の数が増えても
精度劣化する可能性がある

◆ 前提条件

➤ P_{k-1}^+ の計算までは完了

◆ δQ_k の有無による差異を評価

$$\Delta P_k \equiv P_k^+(\delta Q_k) - P_k^+(0)$$

$$\Delta K_k \equiv K_k(\delta Q_k) - K_k(0)$$

□ Time update

$$\hat{x}_k^- = f_{k-1}(\hat{x}_{k-1}^+)$$

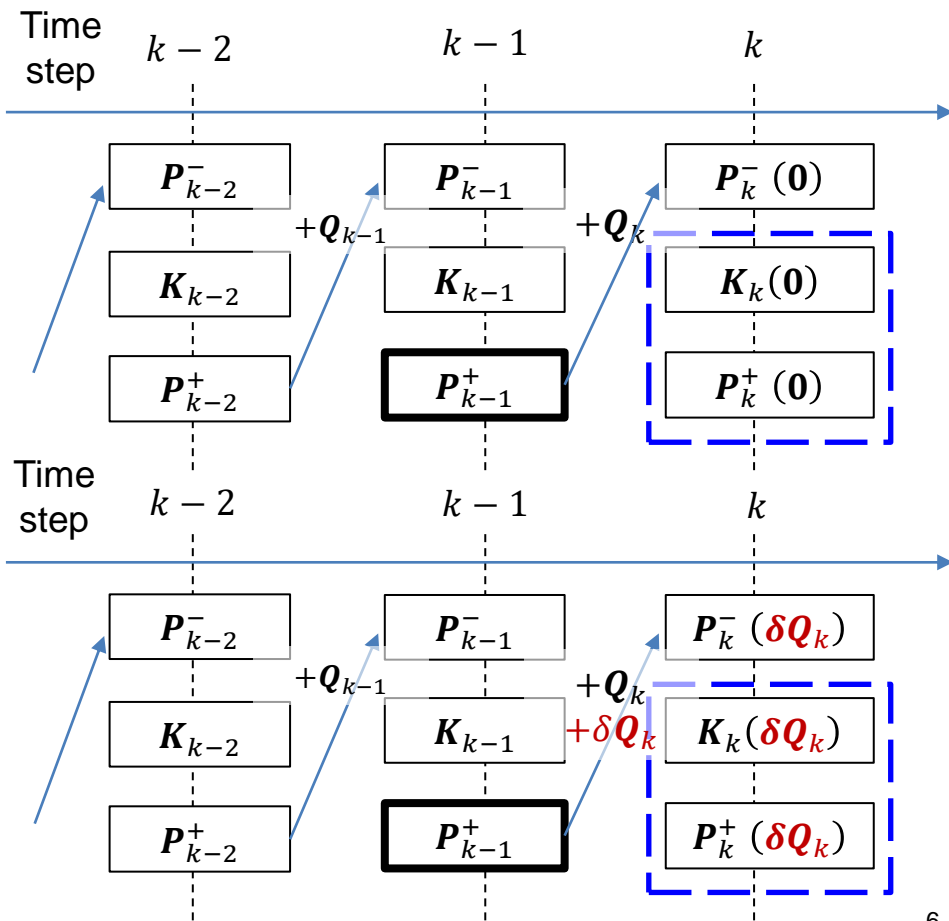
$$P_k^-(\delta Q_k) = F_{k-1} P_{k-1}^+ F_{k-1}^T + Q_k + \delta Q_k$$

□ Measurement update

$$\hat{x}_k^+(\delta Q_k) = \hat{x}_k^- + K_k(\delta Q_k)(y_k - h_k(\hat{x}_k^-))$$

$$P_k^+(\delta Q_k) = (I - K_k(\delta Q_k)H_k)P_k^-(\delta Q_k)$$

$$K_k(\delta Q_k) = P_k^-(\delta Q_k)H_k(H_k P_k^-(\delta Q_k)H_k^T + R_k)^{-1}$$



◆ 感度の定義

$$\Delta \mathbf{P}_k \equiv \mathbf{P}_k^+(\delta \mathbf{Q}_k) - \mathbf{P}_k^+(\mathbf{0})$$

$$\Delta \mathbf{K}_k \equiv \mathbf{K}_k(\delta \mathbf{Q}_k) - \mathbf{K}_k(\mathbf{0})$$



EKF の式を代入する.

$\delta \mathbf{Q}_k$ による $\Delta \mathbf{P}_k$ と $\Delta \mathbf{K}_k$ が一意に決まる.

□ Time update

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{f}_{k-1}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+)$$

$$\mathbf{P}_k^-(\delta \mathbf{Q}_k) = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_k + \delta \mathbf{Q}_k$$

□ Measurement update

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+(\delta \mathbf{Q}_k) = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k(\delta \mathbf{Q}_k)(\mathbf{y}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_k^-))$$

$$\mathbf{P}_k^+(\delta \mathbf{Q}_k) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k(\delta \mathbf{Q}_k) \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^-(\delta \mathbf{Q}_k)$$

$$\mathbf{K}_k(\delta \mathbf{Q}_k) = \mathbf{P}_k^-(\delta \mathbf{Q}_k) \mathbf{H}_k (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^-(\delta \mathbf{Q}_k) \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1}$$

$$\Delta \mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k(\mathbf{0}) \mathbf{H}_k) \delta \mathbf{Q}_k [(\mathbf{I} - \mathbf{K}_k(\mathbf{0}) \mathbf{H}_k)^{-T} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k \delta \mathbf{Q}_k]^{-1}$$

$$\Delta \mathbf{K}_k = \Delta \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1}$$



$\Delta \mathbf{P}_k$ が与えられるとそれに対応する $\delta \mathbf{Q}_k$ も一意に決まる.

$\Delta \mathbf{P}_k$ を決定変数として $\delta \mathbf{Q}_k$ を設定する.

$$\delta \mathbf{Q}_k = [\mathbf{I} - (\mathbf{K}_k(\mathbf{0}) + \Delta \mathbf{K}_k) \mathbf{H}_k] [\Delta \mathbf{P}_k - \Delta \mathbf{K}_k (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^-(\mathbf{0}) \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k) \Delta \mathbf{K}_k^T] [\mathbf{I} - (\mathbf{K}_k(\mathbf{0}) + \Delta \mathbf{K}_k) \mathbf{H}_k]^T$$

◆ 観測残差二乗和の期待値の最小化問題

$$\Delta \mathbf{P}_k^* = \operatorname{argmin} J_k(\Delta \mathbf{P}_k)$$

$$J_k(\Delta \mathbf{P}_k) = E \left\{ \left\| \mathbf{H}_k(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^+(\Delta \mathbf{P}_k)) + \mathbf{v}_k \right\|_{\mathbf{R}_k^{-1}} \right\}$$

$E\{a\}$: 変数 a の期待値

$\|a\|_w$: a の重み付きノルム

$\Delta \mathbf{P}_k^*$ に対応する $\delta \mathbf{Q}_k$ は次式で与えられる

$$\delta \mathbf{Q}_k^* = [\mathbf{I} - (\mathbf{K}_k(\mathbf{0}) + \Delta \mathbf{K}_k^*) \mathbf{H}_k] [\Delta \mathbf{P}_k^* - \Delta \mathbf{K}_k^* (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^-(\mathbf{0}) \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k) \Delta \mathbf{K}_k^{*T}] [\mathbf{I} - (\mathbf{K}_k(\mathbf{0}) + \Delta \mathbf{K}_k^*) \mathbf{H}_k]^T$$

$$\Delta \mathbf{K}_k^* = \Delta \mathbf{P}_k^* \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1}$$

◆ 解析的・数值的に解くことは困難

$\Delta \mathbf{P}_k$ に対する仮定をいれて解析的に解く

◆ ΔP_k を観測行列 H_k に基づいて2つの要素に分離

$$\Delta P_k = \alpha_k H_k^T R_k^{-1} H_k + \beta_k \mathcal{H}_k^\perp$$

α_k, β_k : 正のスカラ変数

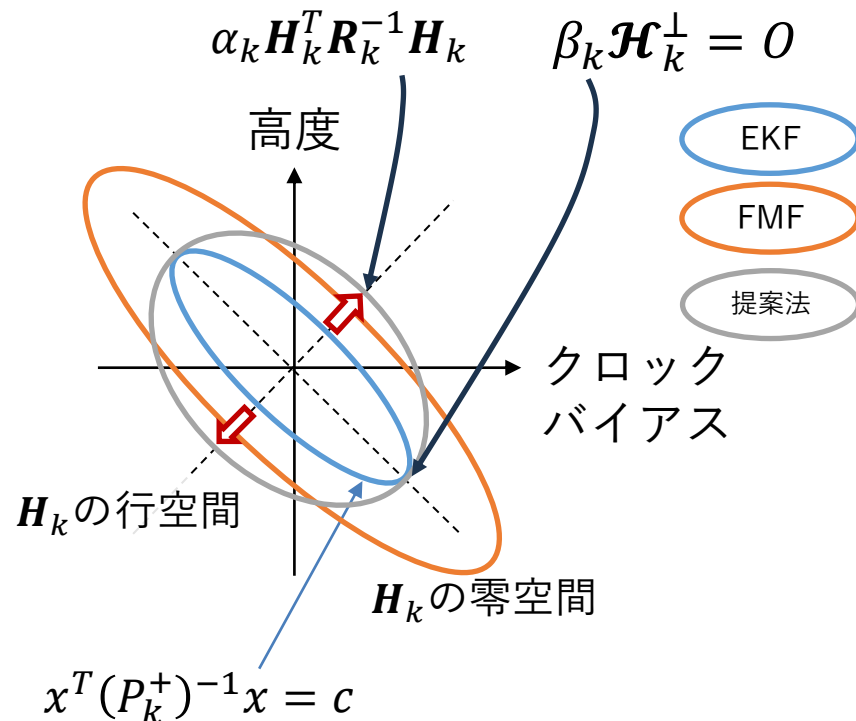
\mathcal{H}_k^\perp : $H_k \mathcal{H}_k^\perp = 0$ と $\mathcal{H}_k^\perp H_k^T = 0$ を満たす対称行列

右辺第1項 $\alpha_k H_k^T R_k^{-1} H_k$
観測行列 H_k の行空間に対応する要素

右辺第2項 $\beta_k \mathcal{H}_k^\perp$
観測行列 H_k の零空間に対応する要素

過度に P_k^+ が大きくなることを避けるため $\beta_k = 0$ にする。

⇒ H_k の行空間方向のみ P_k^+ を大きくする。



◆ 最小化問題の解

スカラ変数 α_k について解く

$$J_k(\Delta \mathbf{P}_k) = E \left\{ \left(\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^+(\delta \mathbf{Q}_k)) \right)^T \left(\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^+(\delta \mathbf{Q}_k)) \right) \right\}$$

$$\Delta \mathbf{P}_k^* = \operatorname{argmin} J_k(\Delta \mathbf{P}_k) = \alpha_k^* \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k$$

ここで

$$\text{where } \left. \frac{\partial J_k}{\partial \alpha_k} \right|_{\alpha_k = \alpha_k^*} = 0.$$

◆ 提案法

- 観測行列 \mathbf{H}_k に応じて変化
- H -adaptive フィルタと呼称

□ Time update

$$\mathbf{P}_k^-(\delta \mathbf{Q}_k^*) = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_k + \delta \mathbf{Q}_k^*$$

□ Measurement update

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_k^+(\delta \mathbf{Q}_k^*) &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k(\delta \mathbf{Q}_k^*) \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^-(\delta \mathbf{Q}_k^*) \\ &= \mathbf{P}_k^+(\mathbf{0}) + \Delta \mathbf{P}_k^* \end{aligned}$$

□ Kalman gain

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_k(\delta \mathbf{Q}_k^*) &= \mathbf{P}_k^-(\delta \mathbf{Q}_k^*) \mathbf{H}_k (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^-(\delta \mathbf{Q}_k^*) \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \\ &= \mathbf{K}_k(\mathbf{0}) + \Delta \mathbf{K}_k^* \end{aligned}$$

$$\mathcal{O} = \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k$$

$$\text{tr} \mathcal{O}^2$$

$$\alpha_k^* = \frac{\text{tr} \mathcal{O}^5 \mathbf{P}_k^-(\mathbf{0}) + \text{tr} \mathcal{O}^4}{\text{tr} \mathcal{O}^5 \mathbf{P}_k^-(\mathbf{0}) + \text{tr} \mathcal{O}^4}$$

$$\Delta \mathbf{P}_k^* = \alpha_k^* \mathcal{O}$$

$$\Delta \mathbf{K}_k^* = \Delta \mathbf{P}_k^* \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1}$$

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{Q}_k^* &= [\mathbf{I} - (\mathbf{K}_k(\mathbf{0}) + \Delta \mathbf{K}_k^*) \mathbf{H}_k] \\ &\quad \times (\Delta \mathbf{P}_k^* - \Delta \mathbf{K}_k^* (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^-(\mathbf{0}) \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k) \Delta \mathbf{K}_k^{*T}) \\ &\quad \times [\mathbf{I} - (\mathbf{K}_k(\mathbf{0}) + \Delta \mathbf{K}_k^*) \mathbf{H}_k]^T \end{aligned}$$

◆ H -adaptive フィルタを GNSS/INS 測位に適用

状態ベクトル

$$\mathbf{x} = (\mathbf{r}^T \quad t \quad \dot{\mathbf{r}}^T \quad \dot{t} \quad \mathbf{b}^T)^T$$

$\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3$: 位置ベクトル [m]

$\dot{\mathbf{r}} \in \mathbb{R}^3$: 速度ベクトル [m/s]

$t \in \mathbb{R}$: クロックバイアス [m]

$\dot{t} \in \mathbb{R}$: クロックドリフト [m/s]

$\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{s-1}$: 衛星システム間バイアス [m]

s : 衛星システムの数

観測ベクトル

$$\mathbf{y} = (\boldsymbol{\rho}^T \quad \dot{\boldsymbol{\rho}}^T \quad \mathbf{V}_{INS}^T)^T$$

$\boldsymbol{\rho} \in \mathbb{R}^m$: 擬似距離 [m]

$\dot{\boldsymbol{\rho}} \in \mathbb{R}^m$: レンジレート [m/s]

$\mathbf{V}_{INS} \in \mathbb{R}^3$: 速度ベクトル [m/s]

使用した信号(信号強度によるマスクあり)

GPS L1C/A, QZSS L1C/A, Galileo E1

State equation $\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_k$

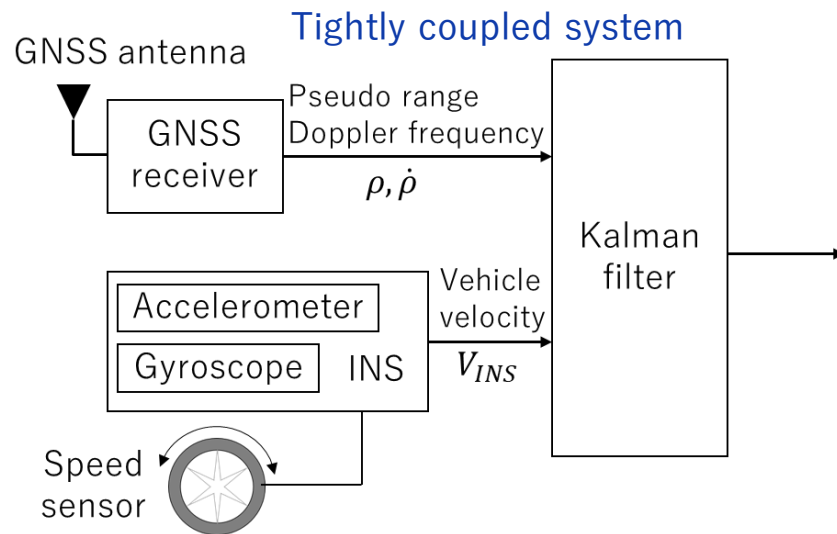
Measurement equation

$$y_i = \rho_i = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i\|_I + \delta I_i + \delta T_i + \delta r_i + v_i$$

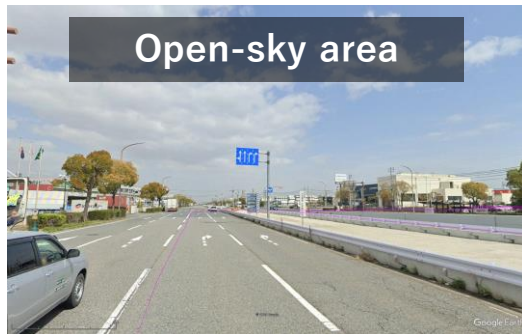
$$y_{i+m} = \dot{\rho}_i = \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^T}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i\|_I} (\dot{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{r}}_i) + v_{i+m}$$

$$(y_{i+2m+1}, y_{i+2m+2}, y_{i+2m+3})^T =$$

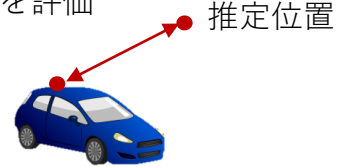
$$\mathbf{V}_{INS} = \dot{\mathbf{r}} + (v_{i+2m+1}, v_{i+2m+2}, v_{i+2m+3})^T$$



◆ 異なる周辺環境を含むコースを選定



3次元の位置誤差ベクトルのノルムを評価



真値
(POS-LV 520により計測)



◆ 比較するプロセスノイズ設定

1. Extended Kalman filter(EKF)

□ $\delta Q_k = \mathbf{0}$

2. Fading memory filter(FMF)

□ $\delta Q_k = c \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{F}_{k-1}^T, c = 0.03$

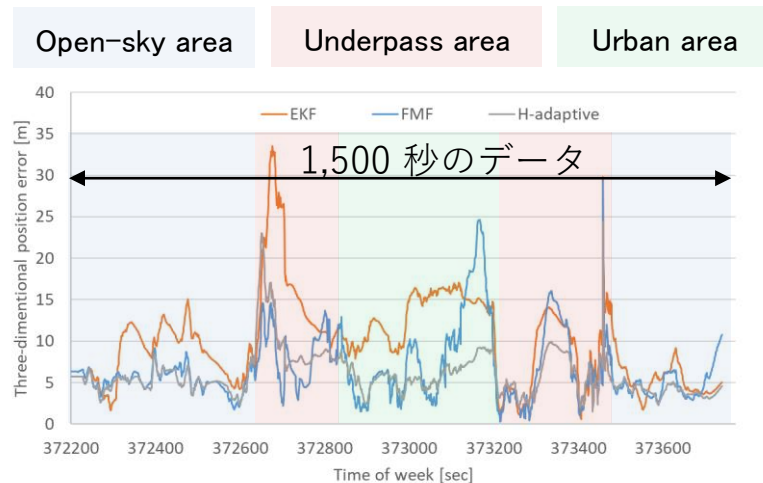
3. H -adaptive filter

□ $\delta Q_k = \delta Q_k^*$

◆ 設定3の H -adaptive フィルタ

➤ 良好な結果

位置誤差ベクトルのノルム



	EKF	FMF	H -adaptive
位置誤差 (時間平均)	8.3[m]	6.6[m]	5.6[m]

◆ 都市部での衛星の見え方に着目

- 拡張カルマンフィルタに与える影響の考察

◆ 提案法

- 感度解析に基づくパラメータ設定方法の考案
- 観測残差二乗和期待値を最小化することでパラメータを決定

◆ 実用を想定した走行実験

- 様々な周辺環境を含むコースで測位精度評価
- 従来設定に対して～40%程度の誤差軽減の効果を確認